1.

1.1.

a) Circuncentro **b)** Incentro **c)** Ortocentro **d)** Baricentro

1.2. Num triângulo retângulo o circuncentro é o ponto médio da hipotenusa.

1.3. Se o circuncentro pertence ao exterior de um triângulo, então o triângulo é obtusângulo.

1.4. Se o circuncentro se situar no interior do triângulo então o triângulo é acutângulo.

1.5. Os pontos notáveis que estão sempre no interior do triângulo são o incentro e o baricentro.

1.6. Circuncentro.

1.7. Incentro.

1.8. Circuncentro.

1.9. Incentro.

1.10. Baricentro.

1.11. Bissetriz do ângulo ABC.

1.12. Mediatriz do segmento de reta $[AB]$.

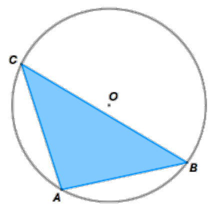
1.13. Mediana.

1.14. O ortocentro de um triângulo retângulo situa-se no vértice do ângulo reto.

2. G - baricentro; I - circuncentro; J - Incentro; K -ortocentro.

3. A fábrica deverá ser instalada num ponto que esteja à mesma distância das três cidades, logo, no circuncentro do triângulo $[ABC]$. Opção: (A)

4.

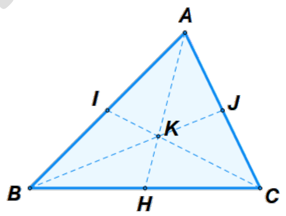


4.1. Circuncentro.

4.2. O ponto O, por estar à mesma distância dos pontos A, B e C.

4.3. $Perímetro = 2\times\pi\times 4 = 8\pi \text{ cm}$

5.



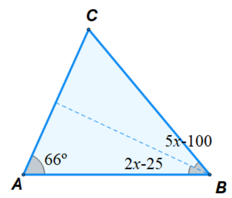
5.1. Baricentro.

5.2. $\overline{AK} = \frac{2}{3}\overline{AH} = \frac{2}{3}\times 6 = 4 \text{ cm}$

5.3. $Área_{[KJA]} = \frac{Área_{[ABC]}}{6} = \frac{42}{6} = 7 \text{ cm}^2$

5.4. $Área_{[BKH]} = \frac{Área_{[BHKI]}}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}^2$, logo, $Área_{[ABC]} = Área_{[BKH]}\times 6 = 10\times 6 = 60 \text{ cm}^2$

6. As duas amplitudes assinaladas têm de ser iguais, logo, para obter o valor de x, resolvemos a equação $5x-100 = 2x-25$.



$5x-100 = 2x-25 \Leftrightarrow 5x-2x = -25+100 \Leftrightarrow 3x = 75 \Leftrightarrow x = 25$

Assim, como $2\times 25-25 = 25$, $C\hat{B}A = 50^\circ$ e, portanto, $A\hat{C}B = 180^\circ - 50^\circ - 66^\circ = 64^\circ$

7.

7.1. Como $\overline{BG} = \frac{2}{3}\overline{BH}$, $\overline{BG} = \frac{2}{3}\times 8 = \frac{16}{3} \text{ cm}$.

7.2. Como $\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AF}$, $\overline{GF} = \frac{1}{3}\overline{AF}$, logo $\overline{GF} = \frac{1}{3}\times 10 = \frac{10}{3} \text{ cm}$

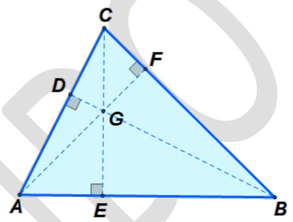
7.3. Como $\overline{EG}=\frac{1}{3}\overline{EC}$, $\overline{EC}=3\overline{EG}=3\times 3=9$, logo $\overline{GC}=\frac{2}{3}\times 9=6\text{ cm}$

7.4. Como $\overline{BG}=\frac{2}{3}\overline{BD}$, $\overline{DG}=\frac{1}{3}\overline{BD}$, logo $\overline{DB}=3\times\overline{GD}=3\times 2=6\text{ cm}$

8.

8.1. O ponto O é o ponto de interseção das três alturas do triângulo, logo é o seu ortocentro.

8.2. A altura do triângulo $[ABC]$ relativa à base $[CB]$ é $[AF]$.



8.3.

8.3.1. $Área_{[ABC]}=\frac{\overline{AB}\times\overline{CE}}{2}=\frac{8\times 6}{2}=24\text{ cm}^2$

8.3.2.

8.3.2.1. $\frac{\overline{CB}\times\overline{AF}}{2}=Área_{[ABC]}=24\text{ cm}^2$

8.3.2.2. $\overline{AC}\times\overline{DB}=Área_{[ABC]}\times 2=24\times 2=48\text{ cm}^2$

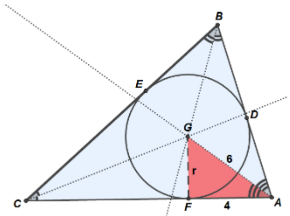
9.

9.1. Uma vez que se trata do centro da circunferência inscrita no triângulo, o ponto G é o incentro do triângulo.

9.2. $[CFG]$ e $[CGE]$, $[AGF]$ e $[ADG]$ e $[DGB]$ e $[GBE]$.

9.3. Uma vez que a reta CA é tangente à circunferência no ponto F , é perpendicular ao raio $[GF]$, logo, GFC é um ângulo reto.

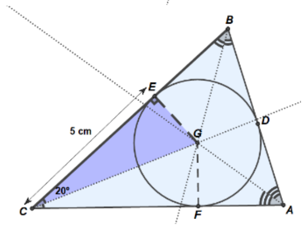
9.4. Uma vez que o triângulo $[AGF]$ é retângulo em F , aplicando o teorema de Pitágoras vem que:



$6^2=r^2+4^2\Leftrightarrow 36=r^2+16\Leftrightarrow 36-16=r^2\Leftrightarrow 20=r^2\Leftrightarrow r=\pm\sqrt{20}$

Como se trata de um comprimento, $r=\sqrt{20}\text{ cm}$.

9.5. Uma vez que a circunferência é a circunferência inscrita no triângulo, a circunferência é tangente ao lado $[CB]$ no ponto E , logo, o triângulo $[CGE]$ é retângulo em E . Como $E\hat{C}A=40^\circ$ e $E\hat{C}G=G\hat{C}F$, vem que $E\hat{C}G=20^\circ$.



Assim, $\text{tg}(20^\circ)=\frac{\overline{EG}}{\overline{CE}}\Leftrightarrow\text{tg}(20^\circ)=\frac{\overline{EG}}{5}\Leftrightarrow\overline{EG}=5\times\text{tg}(20^\circ)$

Assim como $[EG]$ é um raio da circunferência, $Perímetro=2\times\pi\times\overline{EG}=2\times\pi\times 5\,\text{tg}(20^\circ)\approx 11{,}4\text{ cm}$.