1. Um museu possui **dez** quadros diferentes da autoria de três artistas plásticos: **dois** quadros de Paula Rego, **três** quadros de Júlio Resende e **cinco** quadros de Nadir Afonso.

1.1. Os dez quadros vão ser expostos em fila numa das paredes da sala de exposições.

De quantas maneiras distintas podem ser expostos os dez quadros:

1.1.1. se não houver qualquer restrição?

1.1.2. se os quadros de Júlio Resende ficarem nos três últimos lugares da fila?

1.1.3. se os quadros de Júlio Resende ficarem seguidos e os de Nadir Afonso também?

1.2. O museu vai escolher **cinco** desses dez quadros para serem expostos numa galeria de arte.

De quantas maneiras diferentes podem ser escolhidos esses **cinco** quadros, se:

1.2.1. forem escolhidos dois quadros de Júlio Resende e três quadros de Nadir Afonso?

1.2.2. forem escolhidos exatamente três quadros de Nadir Afonso?

1.2.3. for escolhido no máximo um quadro de Júlio Resende?

1.2.4. o quadro "Tropical" de Júlio Resende não puder ser escolhido;

Tropical

1.2.5. os quadros "Máquina de Sonhos " e "Perspetivas " de Nadir Afonso tiverem de ser escolhidos;

Máquina de Sonhos

Perspetivas

1.2.6. os quadros de Paula Rego não forem escolhidos simultaneamente.

The Dance

The Maids

2. Considere os números naturais de quatro algarismos diferentes.

Determine quantos desses números são superiores a 5600.

MATEMATICANDO

3. Na montra de uma loja existe uma caixa com **dezasseis** compartimentos, nos quais vão ser colocadas em exposição doze bolas de Natal, **sete** vermelhas e **cinco** douradas.

As bolas vermelhas são indistinguíveis, ou seja, iguais entre si, mas as bolas douradas são todas diferentes umas das outras.

De quantas maneiras <u>visualmente diferentes</u> podem ser colocadas as **doze** bolas na caixa, sabendo que em cada compartimento apenas cabe uma bola?

4. Considere uma função f, de domínio $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, da qual se sabe que:

- $f(2)=2$
- $f'(x)=3-\dfrac{10-6x}{(2x-2)^2}$ (f' é a primeira derivada da função f)

4.1. Qual é o valor de $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2f(x)-4}{4-x^2}$?

(A) $-\dfrac{7}{4}$ **(B)** $\dfrac{7}{4}$ **(C)** $-\dfrac{7}{2}$ **(D)** $\dfrac{7}{2}$

4.2. Seja r a reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa -1.

Qual das seguintes equações representa uma reta perpendicular à reta r ?

(A) $x-2y+3=0$ **(B)** $2x-y+3=0$ **(C)** $x+2y-6=0$ **(D)** $2x+y-6=0$

4.3. Mostre que a função f'', segunda derivada da função f, pode ser definida por $f''(x)=\dfrac{7-3x}{2(x-1)^3}$.

4.4. <u>Sem recorrer à calculadora</u> a não ser para efetuar eventuais cálculos numéricos, estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Na sua resposta apresente, caso existam:

- os intervalos em que o gráfico de f tem a concavidade voltada para cima;
- os intervalos em que o gráfico de f tem a concavidade voltada para baixo;
- as abcissas dos pontos de inflexão.

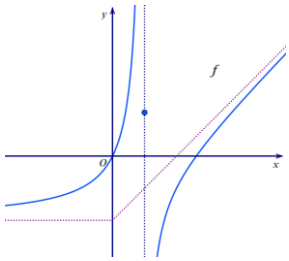
MATEMATICANDO

5. Seja f uma função, real de variável real, de domínio $\mathbb{R}$.

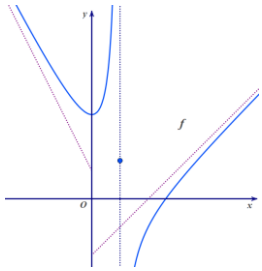
Sabe-se que $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x+2\right)=0$ e $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-2$.

Em qual das seguintes opções pode estar representada graficamente a função f ?

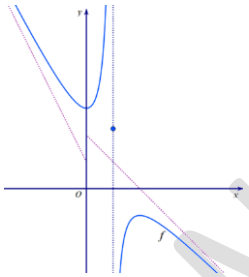
(A)



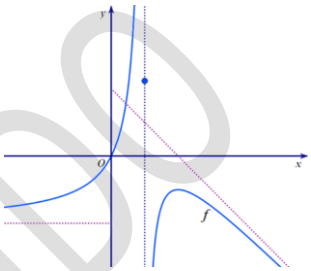
(B)



(C)



(D)

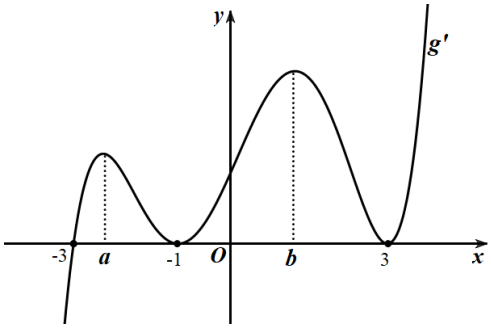


6. Considere, para um certo número real k, a função h, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $h(x)=k\sqrt{2x^2+2}+x$.

Qual é o conjunto dos valores de k para os quais o Teorema de Bolzano garante que a função h tem, pelo menos, um zero no intervalo $]-1,1[$?

(A) $\left]-\infty,-\dfrac{1}{2}\right[$ **(B)** $\left]-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right[$ **(C)** $\left]-\infty,-\dfrac{1}{2}\right[\cup\left]\dfrac{1}{2},+\infty\right[$ **(D)** $\left]\dfrac{1}{2},+\infty\right[$

7. Na figura está representada, num referencial o.n. Oxy, parte do gráfico da função g' ,primeira derivada de uma função polinomial g.



Sabe-se que:

- -3, -1 e 3 são os únicos zeros de g';
- o gráfico de g' é tangente ao eixo das abcissas nos pontos de abcissas -1e 3;
- a e b são os maximizantes de g'.

<u>Indique</u>, **sem apresentar justificação**, o valor lógico das seguintes afirmações.

(i) No intervalo $]-3,a[$ o gráfico da função g tem a concavidade voltada para baixo.

(ii) O gráfico da função g tem três pontos de inflexão.

(iii) A função g é decrescente em $]-\infty,-3[$.

(iv) $g(a)$ é um máximo relativo da função g.

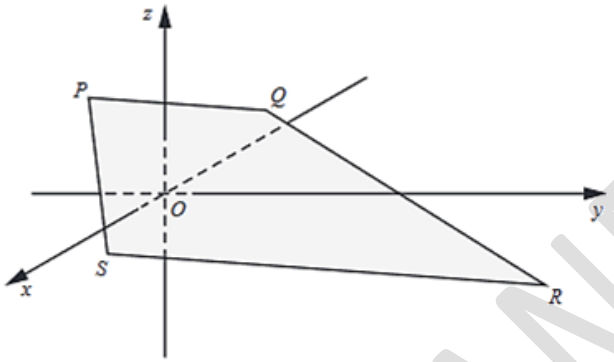
(v) $g(b)>g(3)$.

(vi) $g''(-4)+g'(b)>0$

MATEMATICANDO

8. Na figura seguinte está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o trapézio $[PQRS]$, de bases $[PQ]$ e $[RS]$, em que o lado $[PS]$ é perpendicular às bases.

Tem-se $P(1,-1,2)$, $Q(-2,1,1)$ e $R(-5,5,-3)$



Seja α o plano que contém o ponto P e é perpendicular à reta RS.

Qual dos seguintes pontos pertence ao plano α ?

(A) $A(-2,0,1)$ **(B)** $B(0,-1,-5)$ **(C)** $C(0,1,9)$ **(D)** $D(2,1,-5)$

FIM

MATEMATICANDO