COLÉGIO PAULO VI

Ficha de Trabalho **Matemática** **12ºano**

Temas: Trigonometria (Triângulo rectângulo e círculo trigonométrico)

Proposta de Correcção

1. Uma vez que o comprimento do arco é directamente proporcional à amplitude do ângulo ao centro correspondente, ao ângulo ao centro correspondente

$2\pi\ rad$ __________ $\alpha\ rad$

$2\pi \times 2{,}5\,cm$ ______ $7{,}5\,cm$ logo $\alpha = \dfrac{2\pi \times 7{,}5}{2\pi \times 2{,}5} \Leftrightarrow \alpha = 3\,rad$

R: (C)

2. Repara que $405^o - 2\times 360^o = -315^o$ logo os ângulos $405^o\ e\ -315^o$ têm a mesma representação no círculo trigonométrico.

R: (A)

3. $100 = 6\times 16 + 4$ logo $\dfrac{100\pi}{6} = \dfrac{6\times 16\pi}{6} + \dfrac{4\pi}{6} = 16\pi + \dfrac{2\pi}{3}$

$sen\left(\dfrac{100\pi}{6}\right) = sen\left(\dfrac{2\pi}{3}\right) = sen\left(\pi - \dfrac{\pi}{3}\right) = sen\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ R: (A)

4. "No 2ºQuadrante, $\cos\alpha \cdot tg\alpha > 0$" **Verdadeiro** porque no segundo quadrante o cosseno é negativo e a tangente também é negativa.

"No 3º Quadrante, o co-seno e o seno têm sinais diferentes." **Falso**….

"Existe um ângulo no 4º Quadrante cujo co-seno é igual a $\dfrac{5}{2}$." É **falso** porque o seno nunca é maior do que um.

"Não existe nenhum ângulo no 1º Quadrante cuja tangente seja igual a 5". É **falso** porque a tangente no primeiro quadrante "varia entre zero e mais infinito". R: (A)

5. As coordenadas de um ponto qualquer do círculo trigonométrico em função do ângulo α são $P(\cos\alpha, sen\alpha)$. Se $\alpha = \dfrac{5\pi}{6}$ então $P\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{1}{2}\right)$

6. Indique, justificando, qual o valor lógico das seguintes afirmações:

$\exists \alpha \in [0,2\pi[: sen\alpha = \dfrac{1}{3} \wedge \cos\alpha = \dfrac{2}{3}$ --------→ Falso porque $\left(\dfrac{1}{3}\right)^2 + \left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{5}{9} \neq 1$

$Se \quad sen\alpha \cdot \cos\alpha > o \quad então \quad tg\alpha > 0,\ \forall \alpha \in [0,2\pi[\setminus \left\{\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3\pi}{2}\right\}$ ---→ Verdadeira

Se $a < b$ então $tga < tgb$ ----------→ Falso. $45^o < 135^o$ mas no entanto $tg(45^o) > tg(135^o)$

7.1 $sen210^o + \cos 150^o + tg300^o = sen(180^o+30^o) + \cos(180^o-30^o) + tg(360^o-60^o) =$

$= -sen30^o - \cos 30^o - tg60^o = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}$

7.2 $sen\left(\frac{5\pi}{2}\right)-sen\left(\frac{4}{3}\pi\right)\cdot tg\left(\frac{2\pi}{3}\right)=sen\left(2\pi+\frac{\pi}{2}\right)-sen\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)\cdot tg\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=$

$=sen\left(\frac{\pi}{2}\right)+sen\left(\frac{\pi}{3}\right)\cdot\left[-tg\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]=1-\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=-\frac{1}{2}$

7.3 $\cos(540^{o})-2\cos(30^{o})+sen(-135^{o})=\cos(360^{o}+180^{o})-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+sen(-180^{o}+45^{o})=$

$=-1-\sqrt{3}-\frac{\sqrt{2}}{3}$

7.4 $2\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)+tg\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)-sen\left(\frac{\pi}{2}\right)+\cos(2\pi)+tg\left(\frac{\pi}{4}+\pi\right)=-2\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+tg\left(\frac{\pi}{6}\right)-1+1=$

$=-2\times\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}=-1+\frac{\sqrt{3}}{3}$

7. 8.1 $senA\hat{O}B=sen(60^{o})=\frac{\sqrt{3}}{3}$

8.2 $\cos A\hat{O}C=\cos(180^{o}-60^{o})=-\cos(60^{o})=-\frac{1}{2}$

8.3 $tgA\hat{O}E=tg(120^{o})=-tg(60^{o})=-\sqrt{3}$

8.

9.1 $tg(25^{o})=\frac{x}{7}\Leftrightarrow x\approx 3{,}3$ logo a altura do poste antes de partir é aproximadamente 3+7=10 metros. A afirmação é verdadeira.

9.2 $-2350^{o}=-6\times 360^{o}-190^{o}$ logo o lado extremidade do ângulo pertence ao 2º quadrante. A afirmação é verdadeira.

9.3 $sen\alpha\cdot\cos\alpha<0$ (seno e cosseno com sinais contrários) implica que o ângulo α pertence ao segundo ou quarto quadrantes. Nesses quadrantes, a tangente é negativa. A afirmação é falsa.

9. $\cos(x-\pi)-\cos(3\pi-x)+sen\left(-\frac{5\pi}{2}+x\right)=$

$=-\cos(x)-\cos(2\pi+\pi-x)+sen\left(-2\pi-\frac{\pi}{2}+x\right)=$

$=-\cos(x)-\cos(\pi-x)+sen\left(-\frac{\pi}{2}+x\right)==-\cos(x)+\cos(x)-\cos(x)=-cox(x)$

$2\cos\left(\frac{9\pi}{2}-x\right)-sen\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\times tg(7\pi+x)-3sen(5\pi+x)=$

$=2\cos\left(4\pi+\frac{\pi}{2}-x\right)-\cos(x)\times tg(x)-3sen(4\pi+\pi+x)=$

$$= 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(x) \times tg(x) - 3sen(\pi + x) =$$

$$= 2sen(x) - \cos(x) \times \frac{sen(x)}{\cos(x)} + 3sen(x) = = 2sen(x) - sen(x) + 3sen(x) = 4sen(x)$$

11. Sabe-se que $\cos\beta = \frac{3}{5} \Rightarrow sen^2\beta + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow sen\beta = \pm\frac{4}{5}$

Como $-\pi < \beta < 0$ podemos afirmar que $sen\beta = -\frac{4}{5}$.

$$2sen(\pi + \beta) + \cos(2\pi - \beta) = -2sen\beta + \cos\beta = -2 \times \left(-\frac{4}{5}\right) + \frac{3}{5} = \frac{11}{5}.$$

12. $2senx = -\sqrt{3} \Leftrightarrow senx = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad \vee \quad x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi \ , k \in Z$

No intervalo $[-\pi, 2\pi]$ as soluções são: $-\frac{\pi}{3}; -\frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$ (atribuindo valores a k)

13. 14.1 $2senx = \sqrt{3} \Leftrightarrow senx = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad \vee \quad x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \ , k \in Z$

14.2 $tgx = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \ , k \in Z$

14.3 $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \quad \vee \quad x + \frac{\pi}{2} = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \ , k \in Z \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad \vee \quad x = -\frac{4\pi}{3} + 2k\pi \ , k \in Z$$

14. (B) $\beta = k\pi, k \in Z$
15. (A) $d(\alpha) = 1 + \cos\alpha$
16. (D) $sen(\pi - x) = -\frac{1}{3}$
17. (A) $tg(135^o) = 1$
18. Considerando o ângulo complementar de θ ou seja o ângulo $90^o - \theta$

$$tg(90^o - \theta) = \frac{2,5}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{tg\theta} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow tg\theta = 2 \underset{(*)}{\Leftrightarrow} \theta \approx 63^o$$

(*) Uma vez que θ é um ângulo agudo. (Pois de outra forma haveria um número infinito de soluções para esta equação!)

19. $sen\alpha = \frac{\overline{BC}}{3} \Leftrightarrow \overline{BC} = 3sen\alpha$

$\cos\alpha = \frac{\overline{AB}}{3} \Leftrightarrow \overline{AB} = 3\cos\alpha$ P$= 3 + 3sen\alpha + 3\cos\alpha$