COLÉGIO PAULO VI

Ficha de Avaliação

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos | 8.11.2012

12.º Ano de Escolaridade

Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a esse item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações**.
- Se apresentar mais do que uma alternativa, ou se a letra transcrita for ilegível, a resposta será classificada com zero pontos.

1. Lançaram-se dois dados cúbicos, equilibrados, ambos com as faces numeradas de 1 a 6.

Sabe-se que a soma dos números saídos foi quatro.

Qual é a probabilidade de ter saído o mesmo número em ambos os dados?

(A) $\frac{1}{5}$ **(B)** $\frac{1}{4}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{1}{2}$

2. Num espaço amostral Ω considere dois acontecimentos A e B possíveis mas não certos.

Se $P(A)+P(B)=1$ então podemos garantir que:

(A) A e B são contrários.

(B) A e B são incompatíveis.

(C) A e B são contrários se forem incompatíveis.

(D) AUB é o acontecimento certo.

3. *Capicua* é uma sequência de algarismos cuja leitura da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda dá o mesmo número natural.

Quantas *capicuas* existem com cinco algarismos?

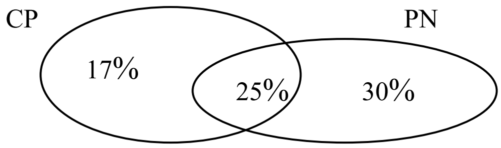
(A) 151200 **(B)** 720 **(C)** 1000 **(D)** 100000

4. Um código é constituído por seis algarismos. Quantos códigos diferentes existem em que o algarismo 5 aparece exactamente três vezes e os restantes algarismos são diferentes?

(A) 504 **(B)** 14580 **(C)** 10080 **(D)** 14400

R: ${}^{6}C_3 \times 9 \times 8 \times 7 = 10080$

5. Numa estação de rádio, sabe-se que 42% dos ouvintes ouve o programa "Corredor do Poder", 55% ouve o programa " Política Nacional", e 25% ouve ambos os programas. Ao escolher aleatoriamente um ouvinte desta estação, qual é a probabilidade de que ele ouça apenas um dos programas?



R: 17%+30%=47%

(A) 47% **(B)** 42% **(C)** 30% **(D)** 27%

6. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($\left(A \subset \Omega \quad e \quad B \subset \Omega\right)$).

Sabe-se que:

- A e B são acontecimentos independentes;
- $P\left(\overline{A}\right) = \dfrac{7}{10}$;
- $P\left(A \cup B\right) = \dfrac{3}{4} \Leftrightarrow P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = \dfrac{3}{4} \Leftrightarrow \dfrac{3}{10} + x - \dfrac{3}{10}x = \dfrac{3}{4} \Leftrightarrow$

  $\Leftrightarrow \dfrac{7}{10}x = \dfrac{3}{4} - \dfrac{3}{10} \Leftrightarrow x = \dfrac{9}{14}$

Qual é o valor de $P\left(B\right)$?

(A) $\dfrac{5}{14}$ **(B)** $\dfrac{9}{14}$ **(C)** $\dfrac{9}{20}$ **(D)** $\dfrac{11}{20}$

Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, repartidas por quatro naipes de treze cartas cada: Espadas, Copas, Ouros e Paus. Cada naipe tem um Ás e três figuras (Rei, Dama e Valete).

De um baralho completo, extraem-se, sucessivamente e sem reposição, **duas** cartas.

Considera os acontecimentos:

A:" a primeira carta extraída é Ás"

B:" a primeira carta extraída é de Paus"

C:" a segunda carta extraída é uma figura"

D:" a segunda carta extraída é de Espadas"

1.1. Traduz em linguagem corrente, atendendo ao contexto, cada um dos acontecimentos seguintes e indica um elemento do espaço amostral que pertença a esse acontecimento.

1.1.1. $A \cap B$

R: " a primeira carta extraída é o Ás de Paus"

Nº de elementos: 1x51=51

1.2. Sem recorrer à fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de $P(C/A)$, começando por interpretar o significado de $P(C/A)$, no contexto da situação descrita.

R: $P(C/A)$ é a probabilidade de a segunda carta extraída ser uma figura sabendo que a primeira carta extraída é o um ás.

$$P(C/A) = \frac{12}{51}$$

2. Seja o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos possíveis e não certos ($(A \subset \Omega \quad e \quad B \subset \Omega)$).

Atendendo aos Axiomas e Teoremas da Axiomática de Probabilidades, mostre que $P(\overline{A}/\overline{B}) \times P(\overline{B}) - P(A \cap B) + P(B) = P(\overline{A})$.

R: $P\left(\overline{A}/\overline{B}\right)\times P\left(\overline{B}\right)-P\left(A\cap B\right)+P(B)\underset{(1)}{=}\dfrac{P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}\times P\left(\overline{B}\right)-P\left(A\cap B\right)+P\left(B\right)=$

$=P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)-P\left(A\cap B\right)+P\left(B\right)\underset{(2)}{=}P\left(\overline{A\cup B}\right)-P\left(A\cap B\right)+P\left(B\right)\underset{(3)}{=}$

$=1-P\left(A\cup B\right)-P\left(A\cap B\right)+P\left(B\right)\underset{(4)}{=}1-P(A)-P(B)+P(A\cap B)-P(A\cap B)+P(B)\underset{(3)}{=}$

$=P\left(\overline{A}\right)\quad c.q.d.$

(1) Pela definição de probabilidade condicionada,
(2) Pelas leis de De Morgan
(3) Pela propriedade da probabilidade do contrário de um acontecimento
(4) Pela probabilidade da reunião de acontecimentos.

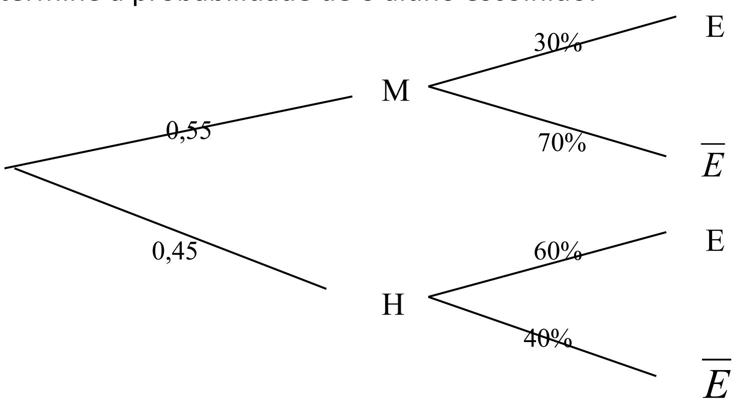
3. Numa escola, realizou-se um estudo sobre os hábitos alimentares dos alunos. No âmbito desse estudo, analisou-se o peso de todos os alunos:

Sabe-se que:

- 55% dos alunos são raparigas;
- 30% das raparigas têm excesso de peso;
- 40% dos rapazes não têm excesso de peso.

Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola.

3.1 Determine a probabilidade de o aluno escolhido:



3.1.1 ser uma rapariga com excesso de peso;

R: $P\left(M\cap E\right)=0{,}3\times 0{,}55=0{,}165$

3.1.2 ter excesso de peso;

R: $P\left(E\right)=0{,}3\times 0{,}55+0{,}6\times 0{,}45=0{,}165+0{,}27=0{,}921$

3.1.3 ser rapaz, sabendo que tem excesso de peso.

R: $P(H/E)=\frac{P(H\cap E)}{P(E)}=\frac{0{,}27}{0{,}921}=\frac{90}{307}$

Apresente o resultado desta alínea na forma de fracção irredutível.

A Maria tem, na estante do seu quarto, três CD's da Pink, quatro dos Da Weasel e cinco da Shakira. Quando soube que ia passar o fim de semana a casa dos avós, decidiu escolher seis desses CD's para ouvir durante esse fim de semana.

4.1 Supondo que a Maria escolheu aleatoriamente seis CD's, qual a probabilidade de não ter escolhido nenhum CD da Pink?

Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

$$P(....)=\frac{{}^{9}C_6}{{}^{12}C_6}=\frac{1}{11}$$

4.2 A Maria pretende levar dois CD´s da Pink, um dos Da Weasel e três da Shakira.

4.2.1 De quantas maneiras pode fazer a sua escolha?

$${}^{3}C_2\times{}^{4}C_1\times{}^{5}C_3=3\times4\times10=120$$

4.2.2 Admite agora que a Maria já seleccionou os seis CD's que irá ouvir em casa dos avós.

Supondo que é aleatória a sequência pela qual vão ser ouvidos (sem repetir a audição de qualquer CD), qual é a probabilidade de os dois CD's da Pink serem ouvidos um a seguir ao outro?

$$P(....)=\frac{5!\times2}{6!}=\frac{1}{3}$$

5. Os números de telefone da vila " Jardins de Cima" são formados por 9 algarismos começando por 21.

Considera o seguinte problema:

" Quantos números de telefone existem em Vila de Cima que tenham exactamente três algarismos iguais a um, tenham os restantes algarismos diferentes e sejam pares?"

Uma resposta a este problema pode ser dada por ${}^{7}C_2\times{}^{7}A_4\times4$

Numa pequena composição explica porquê.

Se têm que ter exactamente 3 algarismos iguais a 1 e um deles já está colocado (uma vez que os números de telefone começam por 21), então há ${}^{7}C_2$

maneiras de colocar os algarismos 1, tendo em conta que o número tem que ser par, tem que terminar em 0,4,6 ou 8, há por isso 4 hipóteses para o algarismo das unidades. Para cada uma destas hipóteses quanto à colocação dos algarismos 1 e do último algarismo restam 7 algarismos para distribuir, com ordem e sem repetição, pelos restantes 4 lugares disponíveis o que pode ser feito de ${}^{7}A_4$ maneiras.

FIM