Proposta de correcção da ficha de avaliação 12ºA 6/12/2012

Grupo I

Versão 1

1. ${}^{5}C_{2} \times {}^{3}C_{1}$ 2. ${}^{n}C_{3} = {}^{n}C_{7} \Leftrightarrow n = 10$ 3. $n! \times (m+1)!$ 4. $0{,}15$ 5. $2{,}3$

CHAVE: 1-C	2-C	3-B	4-B	5-B

Versão 2

1. ${}^{5}C_{3} \times {}^{5}C_{4}$ 2. ${}^{n}C_{2} = {}^{n}C_{6} \Leftrightarrow n = 8$ 3. $m! \times (n+1)!$ 4. $0{,}25$ 5. $2{,}2$

CHAVE: 1-D	2-D	3-A	4-D	5-C

Grupo II

1.1 Seja X a variável aleatória " n.º de vezes que sai bola preta em 5 extrações"

$$P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5) = {}^{5}C_{4} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{4} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{1} + {}^{5}C_{5} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{5} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{0} = \frac{112}{243} \approx 46\%$$

Ou , sendo A o acontecimento " sair pelo menos 4 vezes bola preta",

$$P(A) = \frac{{}^{5}C_{4} \times 2^{4} + 2^{5}}{3^{5}} \approx 46\%$$

1.2 $P(\overline{B} \mid A)$ é a probabilidade de as bolas retiradas da caixa 2 serem de cores diferentes, sabendo que as bolas retiradas da caixa 1 são da mesma cor.

Sabendo que o acontecimento A se realizou, existem, neste momento, 3 bolas brancas e 6 bolas pretas na caixa 2, uma vez que passaram duas bolas pretas da caixa 1 para a caixa 2 (notar que só existia uma bola branca na caixa 1).

O número de casos possíveis é então dado por ${}^{9}C_{2}$ uma vez que esse é o n.º de conjuntos de 2 elementos que é possível formar a partir das nove bolas existentes na caixa 2.

O número de casos favoráveis é o n.º de maneiras de retirar da caixa 2 uma bola de cada cor. Como há 3 bolas brancas, há 3 maneiras de tirar uma bola branca da caixa 2 e analogamente há 6 maneiras de tirar uma bola preta da caixa 2. Como para cada uma das 3 maneiras de escolher uma bola branca há 6 maneiras de escolher uma bola preta o n.º de casos favoráveis é ${}^{3}C_{1} \times {}^{6}C_{1}$.

Uma vez que os acontecimentos elementares do espaço amostral desta experiência são equiprováveis, aplicando a Regra de Laplace concluímos que a probabilidade pedida é dada por $\frac{{}^{3}C_{1} \times {}^{6}C_{1}}{{}^{9}C_{2}}$, ou seja $\frac{1}{2}$.

2.1 Uma vez que a linha apresentada tem 8 elementos, $f = {}^{7}C_{5} = 21$ e a soma dos elementos da linha é $2^{7} = 128$.

2.2 Uma vez que o segundo elemento é 200, ${}^{n}C_1 = 200 \Leftrightarrow n = 200$ e portanto existem 201 elementos dos quais escolhemos aleatoriamente 2.

Nota que há 100 pares de elementos iguais.

$$P(\text{"}escolher\ dois\ elementos\ iguais\text{"}) = \frac{100 \times 1}{{}^{201}C_2} = \frac{1}{201}$$

3.1 $12! \times 10! \times 2$

3.2 $P(X=0) = \frac{{}^{14}C_0 \times {}^{10}C_2}{{}^{24}C_2} = \frac{15}{92}$ $\quad P(X=1) = \frac{{}^{14}C_1 \times {}^{10}C_1}{{}^{24}C_2} = \frac{35}{69}$

$P(X=2) = \frac{{}^{14}C_2 \times {}^{10}C_0}{{}^{24}C_2} = \frac{91}{276}$

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{15}{92}$	$\frac{35}{69}$	$\frac{91}{276}$

4.1 12!

4.2.1 $P(.....) = \frac{4! \times 3! \times 5! \times 2}{12!} = \frac{1}{4620}$

4.2.2 $P(.....) = \frac{{}^{5}C_3 \times 3! \times 9!}{12!} = \frac{1}{22}$

5. $P(\overline{A \cap B} \mid A) \underset{(1)}{=} \frac{P(\overline{A \cap B} \cap A)}{P(A)} \underset{(2)}{=} \frac{P((\overline{A} \cup \overline{B}) \cap A)}{P(A)} \underset{(3)}{=} \frac{P((\overline{A} \cap A) \cup (\overline{B} \cap A))}{P(A)} \underset{(4)}{=}$

$= \frac{P(\phi \cup (\overline{B} \cap A))}{P(A)} \underset{(5)}{=} \frac{P(\overline{B} \cap A)}{P(A)} \underset{(1)}{=} P(\overline{B} \mid A)_{c.q.d.}$

(1) Aplicação da fórmula da probabilidade condicionada.
(2) Aplicação das leis de De Morgan.
(3) Aplicação da propriedade distributiva da intersecção de conjuntos em relação à reunião.
(4) Definição de acontecimentos contrários.
(5) O acontecimento impossível é neutro para a reunião de conjuntos.