

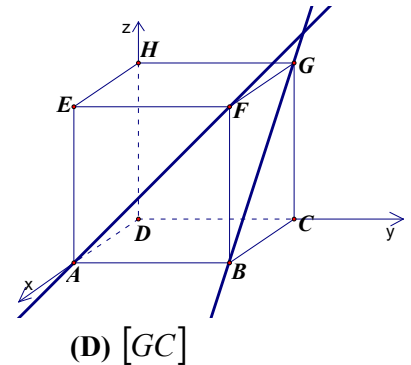


10ºA

Grupo I

Para cada uma das questões deste grupo **selecione a resposta correcta** de entre as alternativas que lhe são apresentadas e **escreva na folha de teste a letra que corresponde à sua opção. Não apresente cálculos nem justificações.**
Atenção! Se apresentar mais de uma resposta, ou resposta ambígua, a questão será anulada.

1. Num referencial o.n. $Oxyz$ está representado o cubo $[ABCDEFGH]$.
- 1.1 As rectas AF e BG :
- (A) Intersectam-se num ponto pertencente ao plano BCG .
(B) Intersectam-se num ponto pertencente ao plano HGC .
(C) Intersectam-se num ponto pertencente ao plano EFG .
(D) Não se intersectam.



- 1.2 O plano de equação $y = 1$ pode ser o plano mediador do segmento de recta:
- (A) $[EB]$ (B) $[BC]$ (C) $[HG]$
(D) $[GC]$

- 1.3 A recta AH pode ser definida, vectorialmente, por:

- (A) $(x, y, z) = (2, 0, 0) + k(0, 1, 1), k \in R$
(B) $(x, y, z) = (2, 0, 0) + k(1, 0, 1), k \in R$
(C) $(x, y, z) = (2, 0, 0) + k(-1, 0, 1), k \in R$
(D) $(x, y, z) = (2, 0, 0) + k(1, 1, 0), k \in R$

2. Considere um reservatório com 4 metros de altura que inicialmente o reservatório está cheio de água e que **às 12 horas** de um certo dia começa a ser esvaziado. Admita que a altura em metros, de água no reservatório, t horas após este ter começado a ser esvaziado é dada por $h(t) = 4 - 0,5t$.

A **que horas** ficou o reservatório totalmente vazio?

- (A) 16 horas (B) 18 horas (C) 20 horas (D) 14 horas

3. Considere a família de funções quadráticas definida por: $f(x) = a(x - h)^2 + k$, sendo a, h e k números reais e $a \neq 0$.

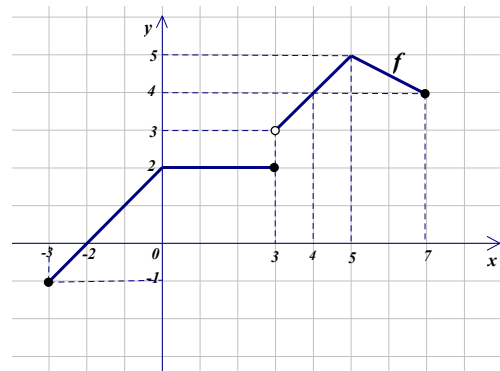
Supondo que para uma determinada função da família $a < 0 \wedge h < 0 \wedge k > 0$, então sabemos que:

- (A) A função não tem zeros.
(B) A concavidade da parábola é voltada para cima.
(C) k é mínimo absoluto da função.
(D) O contradomínio é $]-\infty, k]$.

Grupo II

- Na resolução deste grupo deve apresentar todos os esquemas e cálculos que traduzam o seu raciocínio e todas as justificações julgadas necessárias.
- Pode usar a calculadora como confirmação de resultados mas, a não ser que o seu uso seja exigido na questão, todos os exercícios devem ser resolvidos analiticamente.
- Se no enunciado do exercício não indicar a aproximação com que deve indicar o resultado é porque se pretende o **valor exacto**.

1. Considere a função f representada graficamente na figura seguinte.



1.1 Indique:

- 1.1.1 O domínio, o contradomínio e o(s) zero(s).
- 1.1.2 Os extremos.
- 1.1.3 Um intervalo do domínio onde a função seja estritamente crescente e positiva.
- 1.1.4 Um intervalo do domínio onde a função seja não positiva.
- 1.1.5 O conjunto solução de cada uma das seguintes condições:

1.1.5.1 $f(x) = 2$

1.1.5.2 $f(x) \times f\left(-\frac{5}{2}\right) < 0$

1.1.5.3 $f(x) \geq 4$

1.2 Considere as funções g, j e k , definidas por $g(x) = f(x-1)$, $j(x) = f(x) + 2$ e $k(x) = f(-x)$.

Indique: $g(3)$; $j(5)$ e $k(-3)$

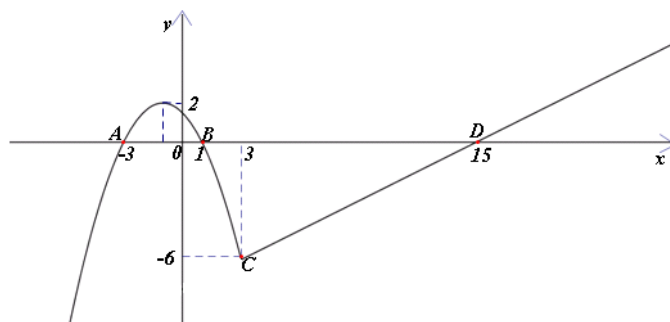
1.3 Considere agora a função h definida por $h(x) = f(x-k)$, sendo k um número real.

Indique o(s) valor(es) de k de forma que a função h tenha um zero positivo.

2. Na figura encontra-se representada graficamente a função f , que é formado por parte de uma parábola e por uma semi-recta.

O gráfico está desenhado à escala.

Os pontos assinalados $A(-3,0)$, $B(1,0)$, $C(3,-6)$ e $D(15,0)$ pertencem ao gráfico da função.



2.1 A função é injectiva? Justifique.

2.2 Indique o número de soluções da equação $|f(x)| = 6$.

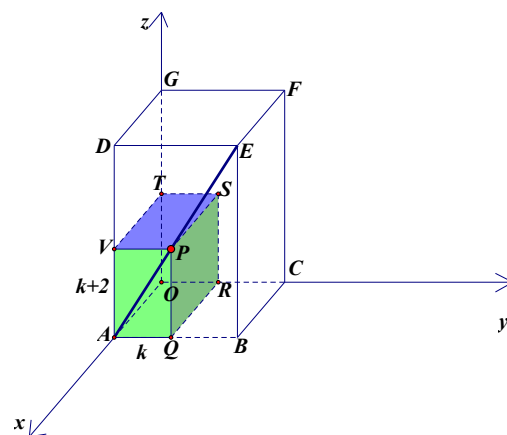
2.3 Determine analiticamente $f(5)$, começando por determinar a equação da recta CD.

2.4 Defina analiticamente a função f .

3. Considere o prisma quadrangular regular [ABCDEFG], da figura.
A base do prisma é um quadrado de área 16 cm^2 .

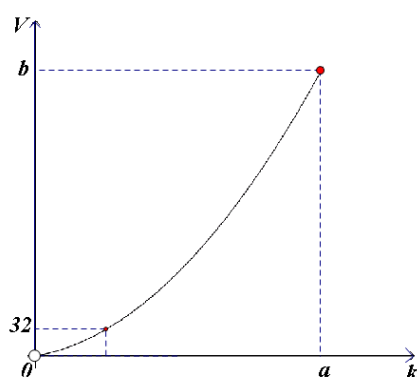
Considere o ponto P um ponto móvel pertencente ao segmento de recta [AE] que se desloca desde o ponto A até ao ponto E. Como a figura sugere, a cota de P excede em duas unidades a sua ordenada, enquanto que a sua abcissa se mantém.

A cada posição do ponto P corresponde o prisma [PSTVQROA], cujas arestas são paralelas aos eixos coordenados.



Para cada posição do ponto P considere a função f que faz corresponder à sua ordenada k , o volume do prisma sombreado.

Na figura seguinte apresenta-se uma representação gráfica da função f , que tem domínio $]0, a]$ e contradomínio $]0, b]$. (O referencial é ortogonal não monométrico)



- 3.1 Indique os valores de a e de b .
3.2 Determine as coordenadas de P de forma que o volume do prisma [PSTVQROA] seja 32 cm^3 , começando por indicar uma expressão analítica para a função f .

FIM

Formulário

$$V_{\text{pirâmide/cone}} = \frac{1}{3} \times A_b \times h \quad V_{\text{prisma/cilindro}} = A_b \times h \quad V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Cotações

Grupo I (50 pontos)

Questão	1.	2.	3.	4.	5.
Cotação	10	10	10	10	10

Grupo II (150 pontos)

Questão	1.1.1	1.1.2	1.1.3	1.1.4	1.1.5	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	2.4	3.1	3.2
Cotação	15	10	10	5	3x5	15	5	10	10	15	15	10	15