

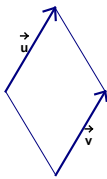


**Grupo I**

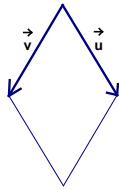
Para cada uma das questões deste grupo **selecione a resposta correcta** de entre as alternativas que lhe são apresentadas e **escreva na folha de teste a letra que corresponde à sua opção**.  
Atenção! Se apresentar mais de uma resposta, ou resposta ambígua, a questão será anulada.

1. Em qual das situações seguintes o produto escalar  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  é negativo?

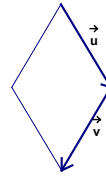
(A)



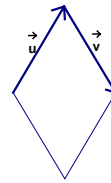
(B)



(C)



(D)



2. Na figura está representado um losango e dois dos seus ângulos internos, de amplitudes  $\alpha$  e  $\beta$ .

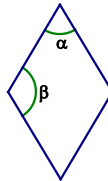
Qual das igualdades seguintes é verdadeira, para qualquer losango nestas condições:

(A)  $\text{sen} \alpha = -\text{sen} \beta$

(B)  $\cos \alpha = \cos \beta$

(C)  $\cos \alpha = -\cos \beta$

(D)  $\text{sen} \alpha = -\cos \beta$



3. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) No espaço, se  $\vec{u}$  é perpendicular a  $\vec{w}$  e  $\vec{v}$  é perpendicular a  $\vec{u}$ , então  $\vec{v}$  é perpendicular a  $\vec{w}$ .

(B) No plano, se  $\vec{u}$  é perpendicular a  $\vec{w}$  e  $\vec{v}$  é perpendicular a  $\vec{u}$ , então  $\vec{v}$  é perpendicular a  $\vec{w}$ .

(C) No espaço, se  $\vec{u}$  é perpendicular a  $\vec{w}$  e  $\vec{v}$  é perpendicular a  $\vec{u}$ , então  $\vec{v}$  é colinear com  $\vec{w}$ .

(D) No plano, se  $\vec{u}$  é perpendicular a  $\vec{w}$  e  $\vec{v}$  é perpendicular a  $\vec{u}$ , então  $\vec{v}$  é colinear com  $\vec{w}$ .

4. Sejam A e B dois pontos distintos do espaço. Se P pertence à superfície esférica de diâmetro [AB], então, necessariamente:

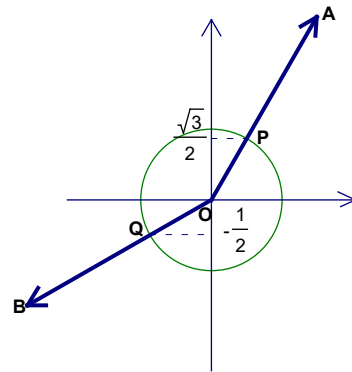
- (A)  $\vec{AP} \cdot \vec{BP} = 0$       (B)  $\vec{AP} \cdot \vec{BA} = 0$       (C)  $\vec{AP} \cdot \vec{AP} = 0$       (D)  $\vec{BP} \cdot \vec{AB} = 0$

5. Na figura estão representados o círculo trigonométrico, e dois vectores  $\vec{OA}$  e  $\vec{OB}$ , ambos de norma 3.

- P é o ponto de intersecção do segmento de recta [AO] com a circunferência e tem ordenada  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- Q é o ponto de intersecção do segmento de recta [OB] com a circunferência e tem ordenada  $-\frac{1}{2}$ .

Qual é o valor de  $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$  ?

- (A)  $-\frac{9\sqrt{2}}{2}$       (B)  $-9$   
 (C)  $-\frac{9}{2}$       (D)  $-\frac{9\sqrt{3}}{2}$

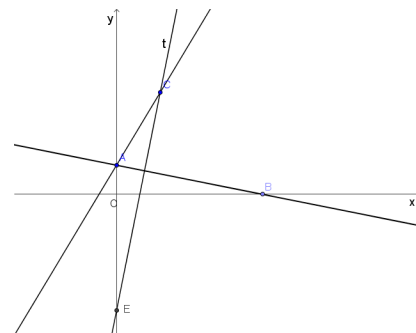


## Grupo II

- Na resolução deste grupo deve apresentar todos os esquemas e cálculos que traduzam o seu raciocínio e todas as justificações julgadas necessárias.
- Pode usar a calculadora como confirmação de resultados mas, a não ser que o seu uso seja exigido no enunciado, todos os exercícios devem ser resolvidos analiticamente.
- Se no enunciado do exercício não indicar a aproximação com que deve indicar o resultado é porque se pretende o **valor exacto**.

1. Considere o referencial o.m. da figura.

- A recta **AB** tem de equação  $2x + 10y = 20$
- **AC**:  $(x, y) = (-3, -3) + k(3, 5), k \in R$
- A recta **t** é perpendicular à recta AB e contem o ponto C de coordenadas (3,7)

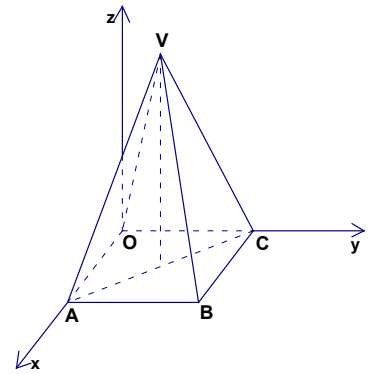


- 1.1 Determine, um valor aproximado às décimas do grau, da inclinação da recta AB.
- 1.2 Determine um valor, aproximado ao grau, do ângulo formado pelas rectas AC e AB.
- 1.3 Determine uma equação reduzida da recta **t**.
- 1.4 Determine todos os vectores perpendiculares a  $\overrightarrow{AC}$  que têm norma  $\sqrt{17}$ .
- 1.5 Caso não tenha determinado a equação da recta **t**, considere que **t**:  $y = 4x - 7$  e determine a área do triângulo [AEC].

2. Considere a função  $f$  definida por:  $f(x) = 3\text{sen}(3\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ .

- 2.1 Mostre que  $f(x) = -2\text{sen}x$ .
- 2.2 Resolva em  $]-\pi, \pi[$  a equação  $f(x) = \sqrt{3}$   
(Deve usar a expressão da alínea 2.1)
- 2.3 Sabendo que  $\cos\theta = -\frac{1}{3} \wedge \theta \in ]\pi, 2\pi[$ , determine o valor exacto de  $f(\theta)$ .

3. A figura representa uma pirâmide quadrangular regular recta cuja base está contida no plano  $xOy$ . Os pontos A e C pertencem aos eixos  $Ox$  e  $Oy$ , respectivamente.



- 3.1 Supondo que  $B(3,3,0)$ , determine:

3.1.1  $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{BO}$

3.1.2  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OA}$

3.1.3  $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{CB}$

- 3.2 Suponha agora que a altura da pirâmide é o triplo da aresta da base.

Sabendo que  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AV} = 18$ , determine o volume da pirâmide.

**FIM**

### Cotações

Grupo I (50 pontos)

Questão	1.	2.	3.	4.	5.
Cotação	10	10	10	10	10

Grupo II (150 pontos)

Questão	1.1	1.2	1.3	1.4.	1.5	2.1	2.2	2.3	3.1.1	3.1.2	3.1.3	3.2
Cotação	15	20	10	18	10	10	20	10	10	7	5	15