



COLÉGIO PAULO VI  
Ficha de Avaliação de Matemática  
- 11º ano – Turma A

Duração: 90 minutos  
Nome:

29 de Maio de 2007  
nº: turma:

**Grupo I**

Para cada uma das questões deste grupo **selecione a resposta correcta** de entre as alternativas que lhe são apresentadas e **escreva na folha de teste a letra que corresponde à sua opção**.

Atenção! Se apresentar mais de uma resposta, ou resposta ambígua, a questão será anulada.

1. Considere duas rectas distintas,  $r$  e  $s$ , perpendiculares a um mesmo plano. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

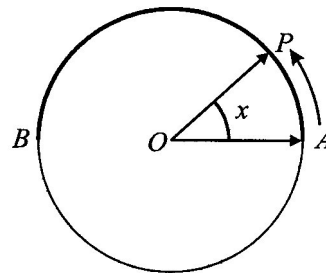
- (A)  $r$  é perpendicular a  $s$ .
- (B)  $r$  e  $s$  são concorrentes, mas não perpendiculares.
- (C)  $r$  é paralela a  $s$ .
- (D)  $r$  e  $s$  não são coplanares.

2. Na figura abaixo está representada uma circunferência de centro  $O$  e raio 1. Os pontos  $A$  e  $B$  são extremos de um diâmetro da circunferência. Considere que um ponto  $P$ , partindo de  $A$ , se desloca sobre o arco  $AB$ , terminando o seu percurso em  $B$ .

Para cada posição do ponto  $P$ , seja  $x$  a amplitude, em radianos, do ângulo  $AOP$ .

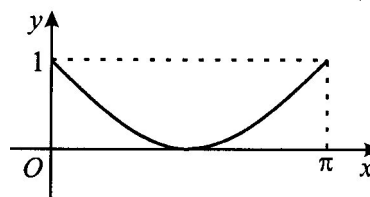
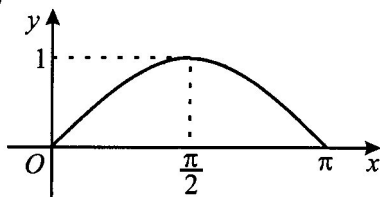
Seja  $f$  a função que, a cada valor de  $x \in [0, \pi]$ , faz corresponder o valor do produto escalar  $\vec{OA} \cdot \vec{OP}$ .

Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função  $f$ ?



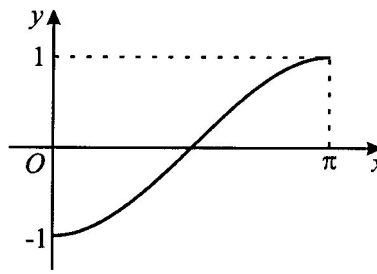
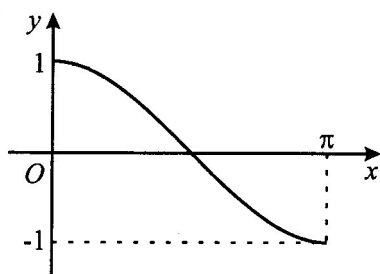
(A)

(B)



(C)

(D)



3. Seja  $\vec{u} = (3, \sqrt{3})$  um vector director de uma recta  $s$ . Supondo que  $s$  é tangente ao gráfico de uma função  $g$  num ponto de abcissa  $a$ , podemos afirmar que:

(A)  $g'(a) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

(B)  $g'(a) = \frac{\pi}{6}$

(C)  $g'(a) = \frac{3}{\sqrt{3}}$

(D)  $g'(a) = \frac{\pi}{3}$

4. Uma função  $f$  tem domínio  $\mathbb{R}$  e contradomínio  $\mathbb{R}_0^+$ .

Qual das seguintes pode ser a expressão análtica da função  $f$ ?

(A)  $\text{sen}x$

(B)  $x^3$

(C)  $\sqrt{x}$

(D)  $|x|$

5. Considera as seguintes sucessões, definidas pelo seu termo geral:

$$a_n = \frac{1}{n} \quad b_n = (-1)^n \quad c_n = \frac{n}{n+1} \quad d_n = n^2 - 8n + 15.$$

Podemos afirmar que:

(A) As sucessões são todas limitadas.

(B) As sucessões são todas monótonas.

(C) Só duas das sucessões são limitadas.

(D) Só duas das sucessões são monótonas.

## Grupo II

Na resolução deste grupo deve apresentar todos os esquemas e cálculos que traduzam o seu raciocínio. Sempre que não se indicar a aproximação com que deve apresentar o resultado é porque se pretende o **valor exacto**. Pode utilizar a calculadora mas apenas como forma de confirmar os resultados, a não ser que o enunciado explicitamente exija a sua utilização.

1. Considere a função de domínio  $R$  definida por  $g(x) = 3\cos(\pi - x) + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

1.1 Determine as soluções da equação  $g(x) = 1$  pertencentes ao intervalo  $[0, 2\pi[$ .

1.2 Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora indique os zeros da função  $g'$ , derivada da função  $g$ , no intervalo  $]-\pi, \pi[$ . Justifique a sua resposta e apresente o gráfico que visualizou na calculadora e que lhe permitiu responder à questão.

Apresente os valores arredondados às décimas.

2. Considere o plano de equação  $\alpha : 2x - y = 1$

2.1 Indique as coordenadas de um ponto do plano e de um vector normal ao plano.

2.2 Escreva equações cartesianas de uma recta paralela ao plano e não contida no plano.

3. Na figura estão as representações gráficas das funções  $f$  e  $g$  ambas de domínio  $IR$ .

Responda às seguintes questões, apresentando os cálculos ou justificações necessários.

3.1 Qual é o valor de:

3.1.1  $(g \circ f)(3) =$

3.1.2  $g^{-1}(-3) =$

3.1.3  $(g + f)(2) =$

3.2 Determine:

3.2.1 Taxa média de variação de  $f$ , em  $[-3, 2]$ .

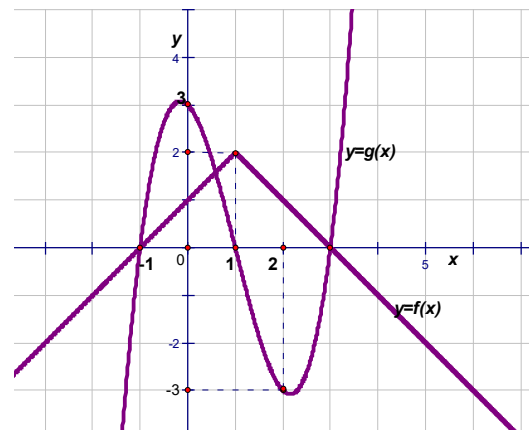
3.2.2 Um intervalo onde a taxa média de variação de  $g$  seja negativa.

3.2.3 Os valores de  $x \in IR$  para os quais  $f'(x) < 0$ .

3.2.4 O domínio da função  $\frac{f}{g}$

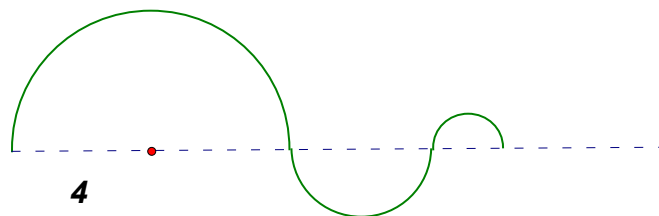
3.2.5 O conjunto dos valores de  $x$  para os quais a função  $f \times g$  é não negativa.

3.2.6 O domínio da função  $\sqrt{g}$ .



4. Considere a sucessão de termo geral  $u_n = \frac{2n-5}{n+2}$
- 4.1 Determine os termos de ordem 10 e de ordem 100.
- 4.2 Prove que a sucessão é limitada.
- 4.3 Mostre que a sucessão é monótona.
- 4.4 Determine a ordem a partir da qual todos os termos são maiores do que 1.
5. Escreva uma expressão simplificada do termo geral de uma progressão aritmética, sabendo que tem razão  $-\frac{3}{2}$  e o primeiro termo é  $\frac{5}{2}$ .

6. Esta linha em “serpente” é formada por semi-circunferências alternadamente acima e abaixo do nível tracejado. Cada arco tem de raio metade do anterior. Prove que, se a “serpente” tiver 12 arcos, o seu comprimento é  $\frac{\pi(2^{12}-1)}{2^9}$ .



**FIM**

FORMULÁRIO:

Soma de  $n$  termos consecutivos de uma progressão aritmética  $S_n = \frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Soma de  $n$  termos consecutivos de uma progressão geométrica  $S_n = u_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$

### Cotações

Grupo I (45 pontos)

|         |    |    |    |    |    |
|---------|----|----|----|----|----|
| Questão | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
| Cotação | 9  | 9  | 9  | 9  | 9  |

Grupo II (155 pontos)

|         |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |    |    |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|
| Questão | 1.1 | 1.2 | 2.1 | 2.2 | 3.1 | 3.2 | 4.1 | 4.2 | 4.3 | 4.4 | 5. | 6. |
| Cotação | 10  | 12  | 10  | 16  | 15  | 30  | 4   | 10  | 12  | 8   | 8  | 20 |