



Duração: 90 minutos  
Nome:

Março/2007  
nº: turma:

### Grupo I

Para cada uma das questões deste grupo **selecione a resposta correcta** de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na folha de teste a letra que corresponde à sua opção.

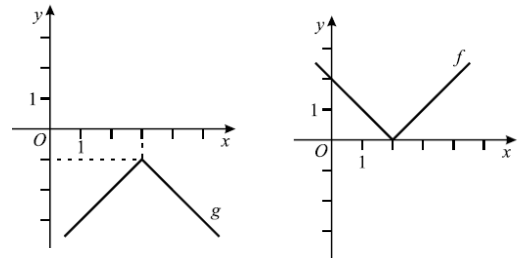
Atenção! Se apresentar mais de uma resposta, ou resposta ambígua, a questão será anulada.

1. Pretende-se desenhar um rectângulo com  $80\text{cm}$  de perímetro.  
Qual das expressões seguintes permite obter a área (em  $\text{cm}^2$ ) do rectângulo, em função do comprimento  $x$  (em  $\text{cm}$ ) de um dos seus lados?

(A)  $x(40 - x)$       (B)  $(x - 80)^2$       (C)  $x(x - 40)$       (D)  $x(80 - x)$

2. Nas figuras estão representadas graficamente as funções  $g$  e  $f$ .  
Qual das igualdades seguintes é verdadeira?

(A)  $f(x) = -g(x-1) - 1$   
(B)  $f(x) = g(x+1) - 1$   
(C)  $f(x) = g(x-1) + 1$   
(D)  $f(x) = -g(x+1) - 1$



3. Considere, num referencial o.n. Oxyz, dois planos concorrentes, de equações  $x - y + 3z = 1$  e  $x + y - 7z = 7$ .

Seja  $r$  a recta de intersecção dos dois planos.  
Qual dos pontos seguintes pertence à recta  $r$ ?

(A)  $(1,0,0)$       (B)  $(5,5,0)$       (C)  $(4,3,0)$       (D)  $(0,0,-1)$

4. Se  $g$  é uma função par e  $P(1,-2)$  pertence ao gráfico de  $g$ , qual dos pontos não pode pertencer ao gráfico de  $g$ ?

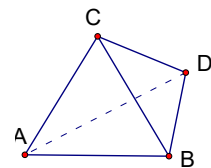
(A)  $(3,-2)$       (B)  $(-1,2)$       (C)  $(-1,-2)$       (D)  $(-2,1)$

5. Na figura está representado um tetraedro regular.

$A, B, C$  e  $D$  são os vértices do tetraedro e  $\overline{AB} = 4$

O valor do produto escalar  $\overline{BC} \cdot \overline{BD}$  é

(A)  $16\sqrt{2}$       (B)  $16$       (C)  $8\sqrt{2}$       (D)  $8$



## Grupo II

Na resolução deste grupo deve apresentar todos os esquemas e cálculos que traduzam o seu raciocínio. Sempre que não se indicar a aproximação com que deve apresentar o resultado é porque se pretende o **valor exacto**. Pode utilizar a calculadora mas apenas como forma de confirmar os resultados, a não ser que o enunciado explicitamente exija a sua utilização.

1. Num referencial o.n. do espaço considere o plano  $\alpha$  de equação  $2x - 3z = 5$  e o ponto  $A(1,3,-1)$ .
  - 1.1 Mostre que  $A \in \alpha$ .
  - 1.2 Defina a recta  $r$  que contém A e é perpendicular a  $\alpha$  por equações cartesianas.
  - 1.3 Escreva uma equação vectorial de uma recta  $s$  paralela a  $\alpha$  e que contenha o ponto  $B(-1,4,-2)$ .
  - 1.4 Quantas rectas há nas condições pretendidas na alínea anterior? Justifique.
2. No referencial monométrico da figura, está representada a recta  $r$  que contém a origem do referencial e tem inclinação  $45^\circ$  e a parábola, gráfico da função  $f(x) = 6x - x^2$ .

2.1 Prove que  $A(5,5)$  e que  $B(6,0)$ .

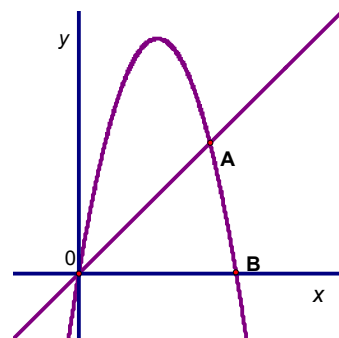
2.2 Calcule a área do triângulo  $[ABC]$ .

2.3 Determine, para a função  $f$ ,  $tmv_{[1,5]}$ .

2.4 Prove, recorrendo à definição de derivada de uma função num ponto, que  $f'(4) = -2$ .

2.5 Determine, recorrendo à função derivada de  $f$ ,

as coordenadas do ponto C, do gráfico de  $f$ , no qual a recta tangente tem declive 3.



3. Considere a função  $g$ , de domínio  $R \setminus \{1\}$ , definida por  $g(x) = 2 + \frac{1}{1-x}$ .

3.1 Determine o conjunto dos números reais  $x$  tais que  $g(x) \geq -1$ .

Apresente a resposta final na forma de intervalo ( ou união de intervalos).

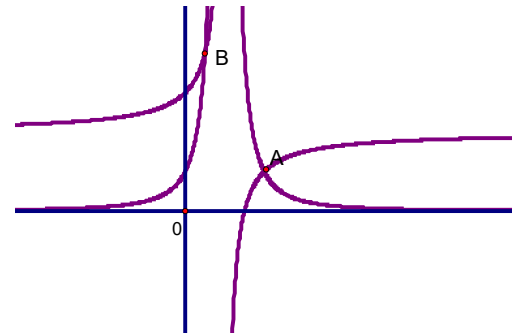
3.2 O gráfico da função tem duas assíntotas. Escreva as suas equações.

$g$  e a sua derivada  $g'$ .

Os pontos A e B são os pontos de intersecção dos gráficos.

A função derivada de  $g$  é a função definida por

$$g'(x) = \frac{1}{(1-x)^2}.$$



3.3.1 Determine uma equação da recta tangente ao gráfico de  $g$ , no ponto de abcissa 3.

3.3.2 Determine uma equação da mediatriz de  $[AB]$ .

**FIM**

### Cotações

Grupo I (45 pontos)

Questão	1.	2.	3.	4.	5.
Cotação	9	9	9	9	9

Grupo II (155 pontos)

Questão	1.1	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	3.1	3.2	3.3.1	3.3.2
Cotação	6	13	10	8	15	8	8	12	15	15	6	14	25