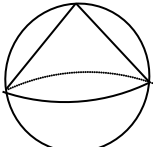




Grupo I

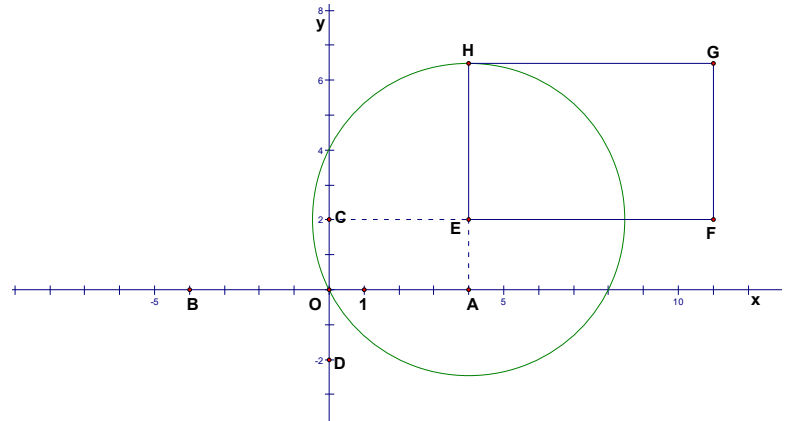
Para cada uma das questões deste grupo **selecione a resposta correcta** de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na folha de teste a letra que corresponde à sua opção.
Atenção! Se apresentar mais de uma resposta, ou resposta ambígua, a questão será anulada.

1. Considere um triângulo equilátero de lado a cm.
A sua **área** é dada, em cm^2 , por:
(A) a^2 (B) $\frac{a^2}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$
2. Na figura está representado um cone contido numa esfera. Sabe-se que o raio da base do cone é igual ao raio da esfera. Então podemos concluir que:
(A) O volume da esfera é igual ao volume do cone.
(B) O volume da esfera é o dobro do volume do cone.
(C) O volume da esfera é o triplo do volume do cone.
(D) O volume da esfera é o quádruplo do volume do cone.

3. Considere, no espaço, num referencial o.m., a esfera de centro no ponto $C(1,-2,5)$ e raio 2.
A intersecção da esfera com o plano $z = 4$ é:
(A) Uma circunferência de raio $\sqrt{3}$.
(B) Um círculo de centro $(1,-2,4)$
(C) Um círculo de centro $(1,-2,5)$
(D) Um círculo de raio 2.
4. Se intersectarmos um cubo por um plano que contenha 3 e só 3 dos seus vértices, a secção obtida é:
(A) Um quadrado.
(B) Um losango.
(C) Um triângulo.
(D) Um rectângulo.
5. Considera os pontos A, B, C e D do plano. Sabendo que $\overline{AC} = \overline{AD}$ e que $\overline{BC} = \overline{BD}$ podemos concluir que:
(A) $A=B$
(B) A é o ponto médio de $[CD]$.
(C) B é o centro de uma circunferência de diâmetro $[CD]$
(D) A e B são pontos da mediatriz de $[CD]$.

Grupo II

- Na resolução deste grupo deve apresentar todos os esquemas e cálculos que traduzam o seu raciocínio e todas as justificações julgadas necessárias.
- Pode usar a calculadora como confirmação de resultados mas, a não ser que o seu uso seja exigido na questão, todos os exercícios devem ser resolvidos analiticamente.
- Se no enunciado do exercício não indicar a aproximação com que deve indicar o resultado é porque se pretende o **valor exacto**.

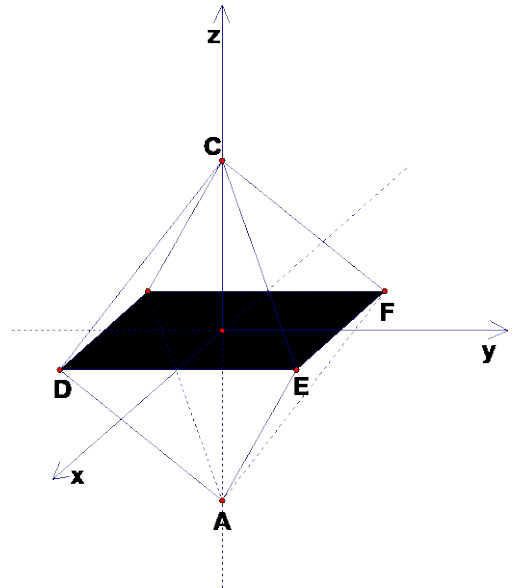
1. Observe o referencial o.m. da figura.
 - A circunferência de centro no ponto $E(4,2)$ contém a origem do referencial;
 - O quadrilátero [EFGH] é um rectângulo;
 - A recta HG é tangente à circunferência no ponto H;
 - $F(11,2)$.



- 1.1 Escreva uma equação da circunferência.
- 1.2 Escreva equações das rectas seguintes:
 - 1.2.1 Recta paralela ao eixo das ordenadas que contém o ponto E.
 - 1.2.2 Rectas paralelas ao eixo das abcissas e tangentes à circunferência.
(Se não resolveu 1.1 considere que o raio da circunferência é $\sqrt{23}$)
 - 1.2.3 Mediatriz do segmento de recta [OE] (na forma reduzida).
- 1.3 Sabendo que $\overline{QE} = \overline{QG}$ e que $Q \in [EG]$, determine analiticamente as coordenadas do ponto Q.
- 1.4 Verifique analiticamente se o ponto de coordenadas $\left(3, \frac{3}{2}\right)$ pertence à elipse cujos vértices são os pontos A, B, C e D da figura.
Sugestão: Comece por escrever a equação reduzida da elipse.
- 1.5 Determine a área da região sombreada da figura.
- 1.6 Escreva uma condição que descreva o conjunto de pontos a sombreado na figura, incluindo a fronteira.

2. No referencial o.m. Oxyz está representado um octaedro.

- O centro geométrico do sólido coincide com a origem do referencial.
- Os vértices A e C pertencem ao eixo Oz.
- Os eixos Ox e Oy intersectam o quadrado [EFGH] nos pontos médios dos seus lados.
- $E(2,2,0)$ e $A(0,0,-\sqrt{8})$



2.1 Determine as coordenadas dos restantes vértices do octaedro.

2.2 Escreva equações que representem os seguintes conjuntos de pontos:

- 2.2.1 plano DEF
- 2.2.2 plano GCE
- 2.2.3 recta EF
- 2.2.4 plano mediador de $[GF]$

2.3 Indique as coordenadas:

- 2.3.1 Do ponto simétrico de E em relação ao plano $x = 0$.
- 2.3.2 Do ponto simétrico de D em relação ao plano $y = x$.

2.4 Seja M o ponto médio de $[CD]$. Identifique a secção produzida no octaedro pelo plano paralelo a xOy que passa em M e determine o volume da pirâmide produzida no sólido pelo referido corte.

FIM

Formulário

$$V_{pirâmide / cone} = \frac{1}{3} \times A_b \times h$$

$$V_{prisma / cilindro} = A_b \times h$$

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Cotações

Grupo I (45 pontos)

Questão	1.	2.	3.	4.	5.
Cotação	9	9	9	9	9

Grupo II (155 pontos)

Questão	1.1	1.2.1	1.2.2	1.2.3.	1.3	1.4	1.5	1.6	2.1	2.2	2.3	2.4
Cotação	10	6	10	15	10	12	12	16	12	20	12	20