

COLÉGIO PAULO VI
Ficha de Avaliação de Matemática

Março de 2003

11º ANO

Versão 1

Para cada uma das questões do grupo I **selecione a resposta correcta** de entre as alternativas que lhe são apresentadas **e escreva na folha de teste a letra que corresponde à sua opção.**

Atenção! Se apresentar mais de uma resposta, ou resposta ambígua, a questão será anulada.

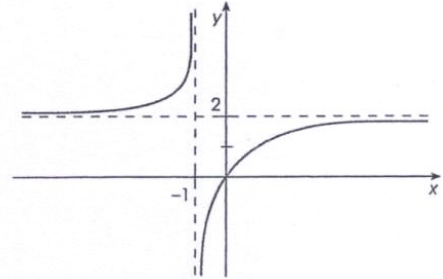
Grupo I

1.

1.1. Observe a representação gráfica de uma função f :

Qual das afirmações é verdadeira?

- (A) O domínio de f é \mathbb{R} .
- (B) O gráfico de f tem uma assíntota de equação $y = -1$
- (C) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- (D) Nenhuma das opções anteriores.



1.2. Qual das expressões pode definir a hipérbole da figura?

- (A) $\frac{4x}{2x+2}$ (B) $\frac{-4x^2}{2x+2}$ (C) $\frac{-2x}{x+1}$ (D) $-1 + \frac{x}{x+2}$

2. Considera os pontos $A(-3,1)$ e $B(2,1)$. Para que o co-seno do ângulo entre os vectores \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{AC} seja negativo basta que:

- (A) a ordenada de C seja maior que 1;
- (B) a ordenada de C seja menor que 1;
- (C) a abcissa de C seja maior que -3;
- (D) a abcissa de C seja menor que -3.

3. Considera os seguintes vectores: $\vec{u} = (-2,1)$ e $\vec{v} = (1,2)$.

Qual das seguintes afirmações é falsa?

- (A) Os vectores têm a mesma norma.
- (B) Os vectores são perpendiculares.
- (C) O produto interno dos vectores é zero.
- (D) Os vectores são colineares.

4. Sendo $P(x,y)$ um ponto do plano, a condição $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} = 0$ representa:

- (A) a mediatriz do segmento de recta $[BC]$;
- (B) a circunferência de diâmetro $[BC]$;
- (C) a recta tangente à circunferência de diâmetro $[BC]$, no ponto C;
- (D) nenhuma das opções anteriores.

Grupo II

Justifique devidamente as respostas apresentando todos os cálculos que tiver de efectuar

1. Considere as funções g e h :

$$g(x) = \frac{x+3}{x^2-6x+8} \quad \text{e} \quad h(x) = \frac{5-3x}{4+2x}$$

1.1 Determine o domínio das funções.

1.2 Escreva a expressão da função h na forma $h(x) = a + \frac{b}{x-c}$ e indique o contradomínio desta função.

1.3 Indique, justificando, quais as assíntotas dos gráficos das funções, se existirem.

1.4 Faça o esboço das representações gráficas de g e h.

1.5 Determine, analiticamente, os zeros de g(x).

1.6 Determine, analiticamente, os valores de x tais que:

1.6.1 $h(x) = -1$

1.6.2 $h(x) > -3$

2. A recta r, de inclinação 135° , encontra a recta s no ponto A(-1,3).

2.1 Escreve a equação reduzida de r.

2.2 Sabendo que r e s são perpendiculares, escreve a equação reduzida de s.

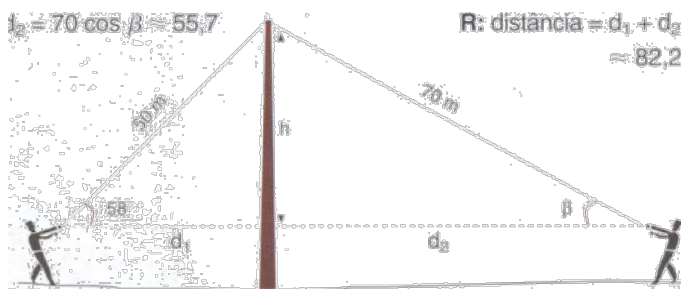
3. Considera os pontos A(-2,1) e B(1,3).

3.1 Prova que o ponto C do eixo dos yy tal que $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ é o ponto de coordenadas $\left(0, \frac{9}{2}\right)$.

3.2 Determina os ângulos internos do triângulo [ABC].

3.3 Determina o ângulo das rectas AB e $y=2x+3$.

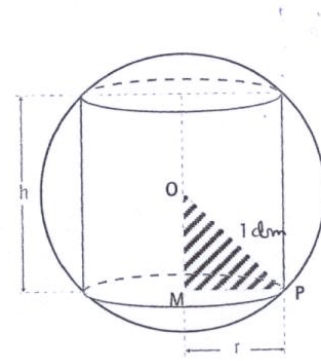
4. Dois operários conseguem manter um poste vertical esticando dois cabos de aço com 50m e 70m respectivamente. Se o cabo mais curto faz 58° com a horizontal, a que distância estão os operários? (Aproximar ao decímetro)



5. Consideremos uma esfera de raio 1 dm e um cilindro de altura h e raio da base r inscrito na esfera (as duas bases são círculos da esfera).

5.1. Mostre que o volume V do cilindro, à custa unicamente da variável h , é dado por:

$$V(h) = \pi h - \frac{\pi h^3}{4}$$



5.2. Faça um esboço do gráfico da função $V(h)$ no domínio onde esta faça sentido no contexto do problema e indique um valor aproximado para o raio de forma que o volume do cilindro seja máximo. (Recorra à calculadora gráfica)

FIM

Formulário:

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base}} \times h$$