Proposta de correcção da Composição Matemática

11 de Dezembro de 2010

Uma vez que o ponto P pertence simultaneamente aos planos OPQ, PQV e OPV, recorrendo à resolução do sistema formado pelas suas equações cartesianas, obtemos as coordenadas de P.

O ponto Q pertence aos planos OPQ, PQV e xoy (de equação z=0) logo recorrendo à resolução do sistema formado pelas equações cartesianas destes planos, obtemos as coordenadas do ponto Q.

Uma vez que conhecemos as coordenadas de O (0,0,0), P e Q podemos determinar as coordenadas dos vectores $\overrightarrow{PO}$ e $\overrightarrow{PQ}$. Provando que o produto escalar destes vectores é zero provamos que o ângulo OPQ é recto.

Os coeficientes de x, y e z na equação cartesiana do plano OPQ são as coordenadas de um vector normal a esse plano - seja $\vec{n}$ esse vector . Para que a recta seja perpendicular ao referido plano ,um vector director da recta terá que ser colinear com um vector normal do plano. Um vector director da recta PV é, por exemplo, $\overrightarrow{PV}$ e portanto resta-nos determinar as suas coordenadas e provar que existe colineariedade com $\vec{n}$. Para isso há que provar que existe um valor real k para o qual $\vec{n} = k\overrightarrow{PV}$.

Pela fórmula para o cálculo do volume de uma pirâmide (um terço da área da base pela sua altura) é necessário calcular a área da base da pirâmide e a sua altura.

A base é o triângulo [OPQ], rectângulo em P, e portanto a sua área pode ser calculada multiplicando $\overline{PO}$ por $\overline{PQ}$ e dividindo esse produto por dois.

Quanto à altura da pirâmide e uma vez que já demonstramos a perpendicularidade entre PV e OPQ, é a norma do vector $\overrightarrow{PV}$.