

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO
11.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março)

**Curso Científico-Humanístico
de Ciências Sociais e Humanas**

Duração da prova: 150 minutos
2006

1.ª FASE

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS

Identifique claramente os grupos e os itens a que responde.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta (excepto nas respostas que impliquem a elaboração de construções, desenhos ou outras representações).

É interdito o uso de «esferográfica-lápis» e de corrector.

As cotações da prova encontram-se na página 9.

A prova inclui um formulário (páginas 10 e 11).

Pode utilizar material de desenho (régua, compasso, esquadro e transferidor) e calculadora gráfica.

Nos itens em que é pedida a elaboração de uma composição, cerca de 10% da cotação é atribuída à comunicação em língua portuguesa.

Em todas as questões da prova, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Apresente uma única resposta a cada item. Se escrever mais do que uma resposta, deve indicar de forma inequívoca a que pretende que seja classificada (riscando todas as que pretende anular).

Sempre que, na resolução de um problema, recorrer à sua calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização. Mais precisamente:

- sempre que recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora, apresente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos, mínimos, etc.);
- sempre que recorrer a uma tabela obtida na sua calculadora, apresente todas as linhas da tabela relevantes para a resolução do problema proposto;
- sempre que recorrer a estatísticas obtidas na sua calculadora (média, desvio padrão, coeficiente de correlação, declive e ordenada na origem de uma recta de regressão, etc.), apresente as listas que introduziu na calculadora para as obter.

1. No dia 9 de Outubro de 2005, realizaram-se eleições autárquicas em Portugal.

Os dados apresentados no quadro seguinte dizem respeito às eleições para a Câmara Municipal de um certo concelho.

Total de eleitores inscritos: 141 360
Número de mandatos: 11
Partidos concorrentes: A, B, C, D, E e F

Os resultados provisórios das eleições para a Câmara Municipal desse concelho, divulgados pelo Secretariado Técnico dos Assuntos para o Processo Eleitoral (STAPE), pouco tempo depois do encerramento das urnas, foram os seguintes:

Número de votos brancos: 2 225

Número de votos nulos: 1 550

Partidos	A	B	C	D	E	F
Número de votos	28 799	17 437	11 959	4 785	948	340

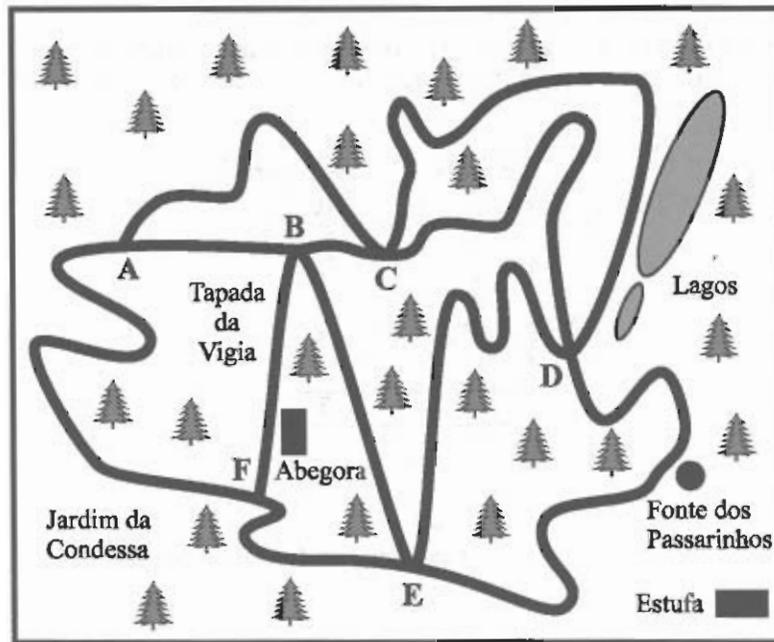
- 1.1. Calcule a percentagem da abstenção, nestas eleições, para a referida Câmara Municipal. Apresente o resultado arredondado às unidades.
- 1.2. No dia 11 de Outubro, um jornal diário, referindo-se às eleições para a mesma Câmara Municipal, publicou uma notícia, na qual se podia ler:

O partido D vai exigir a recontagem dos votos, por considerar que persistem dúvidas quanto ao resultado oficial divulgado na noite de domingo. Por apenas 15 votos (...), o partido D não elegeu o seu cabeça-de-lista como vereador. (...) A eleição de um vereador do partido D alteraria a relação de forças no executivo dessa Câmara. (...) «Era fundamental que o partido D estivesse representado, não só pela força que já tem, mas também porque obrigaria o presidente a dialogar com a oposição e a aprofundar a democracia e a pluralidade de ideias», frisou o cabeça-de-lista do partido D.

Tendo em conta os resultados eleitorais, elabore uma composição na qual comente esta notícia. Na sua composição, deve:

- determinar o número de mandatos obtidos por cada força política, aplicando o método de Hondt (apresente os quocientes arredondados às décimas);
- explicar por que razão foi por 15 votos que o partido D não elegeu nenhum vereador e qual o partido que perderia um mandato se o partido D tivesse tido mais 15 votos (admitindo que os restantes partidos mantinham a sua votação);
- explicar o sentido da frase (acima sublinhada) do cabeça-de-lista do partido D, relacionando-a com o tipo de maioria (simples ou absoluta) obtida pela força vencedora e com o que teria acontecido, caso ele tivesse sido eleito.

2. Alguns visitantes menos civilizados do Parque da Pena, em Sintra, têm por hábito deitar para o chão sacos de plástico, paus de gelado, latas de refrigerante, etc. Um grupo de jovens amantes da natureza decide, durante uma tarde, ajudar a recolher todo o lixo existente nos caminhos duma zona do Parque. Na figura, está um mapa dessa zona do Parque da Pena. Os cruzamentos dos caminhos estão assinalados por letras, de A a F.



Admita que o grupo de jovens parte do ponto A, assinalado no mapa, percorre todos os caminhos assinalados, recolhendo o lixo, e regressa ao ponto A.

- 2.1. O grupo de jovens tem de percorrer pelo menos um caminho, mais do que uma vez. Justifique esta afirmação, começando por modelar, por meio de um grafo, o mapa da zona do Parque da Pena representado na figura.
- 2.2. Indique um percurso em que o número de caminhos percorridos mais do que uma vez seja o menor possível. Dê a sua resposta na forma de uma sequência de letras, de acordo com a sequência de cruzamentos do percurso por si escolhido.
- 2.3. Na obra de Joseph Malkevitch, *Modelos de Grafos*, pode ler-se: «A ideia chave na modelação matemática consiste em tomar a situação original e simplificá-la de tal modo que fiquemos com uma nova visão sobre o problema original.»

Elabore uma composição onde desenvolva a ideia expressa, nesta frase, por Joseph Malkevitch. Baseie-se no modelo que considerou nas alíneas anteriores ou num exemplo à sua escolha, que integre a utilização de grafos.

Nessa composição deve referir:

- o porquê da necessidade de simplificar a realidade;
- o porquê da necessidade de distinguir o essencial do acessório;
- os aspectos que foram simplificados, relativamente à situação original.

- 3.** Com o objectivo de estudar o grau de informação dos cidadãos da União Europeia (UE) sobre as políticas e instituições da UE, uma empresa de sondagens realizou um inquérito no Outono de 1999.

A dimensão da amostra foi de 15 800 pessoas, escolhidas aleatoriamente entre os cidadãos da UE com 15 ou mais anos.

Perguntava-se aos inquiridos em que medida se sentiam informados sobre a UE, sendo a resposta dada mediante a selecção de um número, de 1 (não sabe nada) a 10 (sabe muito).

No quadro seguinte, apresentam-se os resultados desse inquérito.

Para cada nível, indica-se a percentagem de inquiridos que se auto-avaliaram nesse nível.

Escala	Percentagem
1	10
2	12
3	16
4	17
5	19
6	12
7	8
8	4
9	1
10	1

Auto-avaliação dos conhecimentos sobre questões da UE

- 3.1.** Admita que os níveis 8, 9 e 10 correspondem a um elevado conhecimento sobre questões da UE.

Determine o número de inquiridos que consideraram ter um elevado conhecimento sobre questões da UE.

- 3.2.** Tendo em conta a tabela acima e com base nas respectivas definições, justifique que o primeiro quartil desta distribuição é 3 e que a mediana é 4.

- 3.3.** Admita que:

- dos inquiridos que declararam não saber nada (nível 1), 20% são portugueses;
- dos inquiridos que se auto-avaliaram num nível superior a 1, 5% são portugueses.

Escolhido, ao acaso, um inquirido, constatou-se que era português.

Determine a probabilidade de ele se ter auto-avaliado com nível 1. Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

- 3.4.** Obtenha um intervalo, com uma confiança de 99%, para a proporção de cidadãos da UE, com 15 ou mais anos, que consideram não saber nada (nível 1) sobre as políticas e instituições da UE. Apresente os valores dos extremos do intervalo na forma de dízima, arredondados às milésimas.

3.5. Qualquer intervalo de confiança para uma proporção tem uma certa margem de erro.

Elabore uma composição na qual defina margem de erro de um intervalo de confiança e relacione a fórmula que dá o intervalo de confiança (em função da proporção amostral, da dimensão da amostra e do nível de confiança) com a seguinte questão: o que acontece à margem de erro, quando, mantendo a confiança, se aumenta a dimensão da amostra?

A sua composição deve incluir:

- a definição de margem de erro de um intervalo de confiança;
- uma simulação da variação da margem de erro de um intervalo de confiança, em função da dimensão da amostra, percorrendo as seguintes etapas:
 - considere, por exemplo, $\hat{p} = 0,5$ e $n = 100$ e obtenha um intervalo, com um nível de confiança de 95%, para a proporção p ;
 - atribua diferentes valores a n e obtenha os respectivos intervalos de confiança;
 - descreva o que acontece à margem de erro do intervalo quando se aumenta a dimensão da amostra.

FIM

COTAÇÕES

1.	50
1.1.	10
1.2.	40
2.	50
2.1.	15
2.2.	15
2.3.	20
3.	100
3.1.	15
3.2.	20
3.3.	20
3.4.	20
3.5.	25
TOTAL	200

FORMULÁRIO

TEORIA MATEMÁTICA DAS ELEIÇÕES

Conversão de votos em mandatos, utilizando o método de representação proporcional de Hondt

O número de votos apurados por cada lista é dividido, sucessivamente, por 1, 2, 3, 4, 5, etc., sendo os quocientes alinhados pela ordem decrescente da sua grandeza numa série de tantos termos quantos os mandatos atribuídos ao círculo eleitoral respectivo; os mandatos pertencem às listas a que correspondem os termos da série estabelecida pela regra anterior, recebendo cada uma das listas tantos mandatos quantos os seus termos na série.

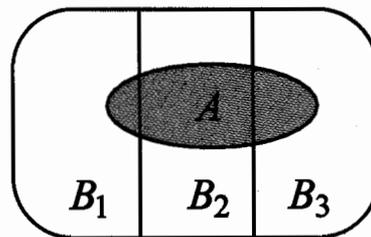
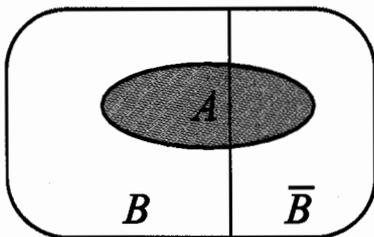
MODELOS DE GRAFOS

Condição necessária e suficiente para que um grafo admita circuitos de Euler

Um grafo admite circuitos de Euler se e só se é conexo e todos os seus vértices são de grau par.

PROBABILIDADES

Teorema da Probabilidade Total e Regra de Bayes



$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = \\ &= P(B) \times P(A|B) + P(\bar{B}) \times P(A|\bar{B}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = \\ &= P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + P(B_3) \times P(A|B_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B|A) &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \\ &= \frac{P(B) \times P(A|B)}{P(B) \times P(A|B) + P(\bar{B}) \times P(A|\bar{B})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B_k|A) &= \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \\ &= \frac{P(B_k) \times P(A|B_k)}{P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + P(B_3) \times P(A|B_3)} \end{aligned}$$

podendo k tomar os valores 1, 2 ou 3.

INTERVALOS DE CONFIANÇA

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável normal X, admitindo que se conhece o desvio padrão da variável

$\left] \bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right[$
<p>n - dimensão da amostra \bar{x} - média amostral σ - desvio padrão da variável z - valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável X, admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30

$\left] \bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right[$
<p>n - dimensão da amostra \bar{x} - média amostral s - desvio padrão amostral z - valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

Intervalo de confiança para uma proporção p , admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

$\left] \hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right[$
<p>n - dimensão da amostra \hat{p} - proporção amostral z - valor relacionado com o nível de confiança (*)</p>

(*) Valores de z para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	1,645	1,960	2,576

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO
11.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março)

**Curso Científico-Humanístico
de Ciências Sociais e Humanas**

Duração da prova: 150 minutos
2006

1.ª FASE

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS

COTAÇÕES

1.		
1.1.	10 pontos
1.2.	40 pontos
2.		
2.1.	15 pontos
2.2.	15 pontos
2.3.	20 pontos
3.		
3.1.	15 pontos
3.2.	20 pontos
3.3.	20 pontos
3.4.	20 pontos
3.5.	25 pontos
	TOTAL	200 pontos

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

Critérios gerais

1. Se o examinando se enganar na identificação do item a que está a responder, ou se a omitir, mas, pela resolução apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente, a resposta deve ser vista e classificada.
2. Se o examinando apresentar mais do que uma resposta a um item, e não indicar, de forma inequívoca, a que pretende que seja classificada, deve ser vista e classificada apenas a que se encontra em primeiro lugar, na folha de resposta.
3. As cotações a atribuir às respostas dos examinandos são expressas obrigatoriamente em números inteiros.
4. Num item em que a respectiva resolução exija cálculos e/ou justificações, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:
 - Se o examinando se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser de 0 (zero) pontos.
 - Se o examinando não se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser a soma algébrica das cotações atribuídas a cada etapa, de acordo com o disposto nos pontos 6, 7, 8, 9 e 10 destes critérios gerais, e das desvalorizações previstas no ponto 11 destes critérios gerais. Se a soma for negativa, a cotação a atribuir é de 0 (zero) pontos.
5. Alguns itens da prova podem ser correctamente resolvidos por mais do que um processo. Sempre que o examinando utilizar um processo de resolução não contemplado nos critérios específicos, caberá ao professor classificador adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado e utilizá-lo em situações idênticas. Salienda-se que deve ser aceite qualquer processo cientificamente correcto, mesmo que envolva conhecimentos não contemplados no programa da disciplina.
6. A cotação de cada item está subdividida pelas etapas que o examinando deve percorrer para o resolver.
 - 6.1. Em cada etapa, a cotação indicada é a máxima a atribuir.
 - 6.2. O classificador não pode subdividir, em cotações parcelares, a cotação atribuída a cada etapa.

Caso uma etapa envolva um único passo, testando apenas o conhecimento de um só conceito ou propriedade, e a sua resolução não esteja completamente correcta, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos.

Caso uma etapa envolva mais do que um passo e a sua resolução esteja incompleta, ou contenha incorrecções, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o grau de incompletude e/ou a gravidade dos erros cometidos. Por exemplo:

 - erros de contas ocasionais devem ser desvalorizados em um ponto;
 - erros que revelem desconhecimento de conceitos, regras ou propriedades devem ser desvalorizados em, pelo menos, metade da cotação da etapa;
 - transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em um ponto, desde que o grau de dificuldade da etapa não diminua;
 - transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em, pelo menos, metade da cotação da etapa, caso o grau de dificuldade da etapa diminua.

- 6.3. Nas etapas cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho, o classificador deve enquadrar a resposta do examinando numa das descrições apresentadas. O classificador não pode atribuir uma cotação diferente das indicadas.
 - 6.4. No caso de o examinando cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem merecer a respectiva cotação, desde que o grau de dificuldade não tenha diminuído, e o examinando as execute correctamente, de acordo com o erro que cometeu.
 - 6.5. Caso o examinando cometa, numa etapa, um erro que diminua o grau de dificuldade das etapas subsequentes, cabe ao classificador decidir a cotação máxima a atribuir a cada uma destas etapas. Em particular, se, devido a um erro cometido pelo examinando, o grau de dificuldade das etapas seguintes diminuir significativamente, a cotação máxima a atribuir a cada uma delas não deverá exceder metade da cotação indicada.
 - 6.6. Pode acontecer que o examinando, ao resolver um item, não percorra explicitamente todas as etapas previstas nos critérios específicos. Todas as etapas não percorridas explicitamente pelo examinando, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam inequivocamente implícitos na resolução do item, devem receber a cotação indicada.
7. Existem, por vezes, itens em que está prevista a elaboração de uma composição. Nesses itens, os critérios específicos prevêm uma valorização das competências de comunicação escrita em língua portuguesa. Esta valorização é feita de acordo com os seguintes níveis de desempenho:
- Nível 3 - Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de coerência e de rigor de sentido.
 - Nível 2 - Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
 - Nível 1 - Composição sem estruturação, com a presença de erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, com perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.
8. Quando, num item, é pedida uma forma específica de apresentação do resultado final (por exemplo, «em minutos», «em percentagem», etc.), este deve ser apresentado na forma pedida. Se o resultado final apresentado pelo examinando não respeitar a forma pedida no enunciado (por exemplo, se o enunciado pedir o resultado em minutos, e o examinando o apresentar em horas), devem ser atribuídos 0 (zero) pontos à etapa correspondente ao resultado final. No entanto, a cotação não deve ser desvalorizada caso o examinando não indique a unidade em que é pedido o resultado (por exemplo, se o resultado final for 12 minutos, ou 12 metros, e o examinando escrever simplesmente 12, não se deve aplicar nenhuma desvalorização).
9. O examinando deve respeitar sempre a instrução relativa à apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações. Se, numa etapa, o examinando não respeitar esta instrução, apresentando algo (valor, quadro, tabela, gráfico, etc.) que não resulte de trabalho anterior, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos a essa etapa. Todas as etapas subsequentes que dela dependam devem ser igualmente cotadas com 0 (zero) pontos.
10. O examinando deve respeitar sempre qualquer instrução relativa ao método a utilizar na resolução de um item. Na resolução apresentada pelo examinando, deve ser inequívoco, pela apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações, o cumprimento da instrução. Se tal não acontecer, considera-se que o examinando não respeitou a instrução. A etapa em que se dá o desrespeito e todas as subsequentes que dela dependam devem ser cotadas com 0 (zero) pontos.

11. Existem itens em cujo enunciado é dada uma instrução relativa ao número mínimo de casas decimais que o examinando deve conservar, sempre que, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos. Indicam-se, a seguir, as desvalorizações a aplicar, na cotação total a atribuir ao item, em caso de desrespeito dessa instrução e/ou de arredondamentos mal efectuados.

Todos os valores intermédios estão de acordo com a instrução, mas existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado..... -1 ponto

Todos os valores intermédios estão bem arredondados, mas existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução..... -1 ponto

Existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado e existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução -2 pontos

Critérios específicos

1.1. 10

Esta questão pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos:

1.º Processo

Determinar o número total de votos (68 043)

Determinar o número de abstenções (141 360 - 68 043 = 73 317)

Determinar a percentagem pedida (52%)

2.º Processo

Determinar o número total de votos (68 043)

Determinar a percentagem de votantes (48%)

Determinar a percentagem pedida (52%)

Qualquer que seja o processo utilizado, a cotação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Resolução correcta 10

Resolução completa, mas parcialmente correcta 5 a 9

Neste nível, a cotação deve ser atribuída de acordo com as seguintes desvalorizações:

Erros ocasionais de contas..... -1

Resultado final não arredondado às unidades ou incorrectamente arredondado -1

Não inclusão do número de votos brancos e nulos no total de votos..... -3

Outras situações 0

Apresenta-se a seguir um exemplo de resposta:

Começemos por determinar, aplicando o método de Hondt, o número de mandatos de cada força política. No quadro seguinte, apresentam-se os quocientes que se obtêm dividindo o número de votos de cada partido pelos divisores 1, 2, 3, 4, ..., 11, destacando os onze maiores.

	A	B	C	D	E	F
Número de votos / 1	28799,0	17437,0	11959,0	4785,0	948,0	340,0
Número de votos / 2	14399,5	8718,5	5979,5	2392,5	474,0	170,0
Número de votos / 3	9599,7	5812,3	3986,3	1595,0	316,0	113,3
Número de votos / 4	7199,8	4359,3	2989,8	1196,3	237,0	85,0
Número de votos / 5	5759,8	3487,4	2391,8	957,0	189,6	68,0
Número de votos / 6	4799,8	2906,2	1993,2	797,5	158,0	56,7
Número de votos / 7	4114,1	2491,0	1708,4	683,6	135,4	48,6
Número de votos / 8	3599,9	2179,6	1494,9	598,1	118,5	42,5
Número de votos / 9	3199,9	1937,4	1328,8	531,7	105,3	37,8
Número de votos / 10	2879,9	1743,7	1195,9	478,5	94,8	34,0
Número de votos / 11	2618,1	1585,2	1087,2	435,0	86,2	30,9

Do quadro anterior resulta que o partido A elegeu seis vereadores, o partido B, três, e o partido C, dois.

Se o partido D tivesse obtido mais 15 votos, teria ficado com 4800 votos.

O quociente da divisão de 4800 por 1, que é 4800, ultrapassa o quociente 4799,8.

Portanto, se o partido D tivesse obtido mais 15 votos, elegeria o seu cabeça-de-lista, em prejuízo do partido A, o qual, em vez de seis vereadores, elegeria apenas cinco.

O partido A, que conseguiu maioria absoluta de mandatos, seis em onze, deixaria de ter essa maioria absoluta, tendo, por isso, necessidade de dialogar com a oposição. É neste contexto que surge a frase do cabeça-de-lista do partido D.

Tal como é exigido no enunciado e o exemplo ilustra, para que uma composição possa ser considerada correcta e completa, deverá estar de acordo com os seguintes pontos:

- cálculo do número de mandatos obtidos por cada força política;
- conclusão de que o partido A teria eleito menos um vereador, em benefício do partido D, se este partido tivesse tido mais 15 votos;
- explicação do sentido da frase do cabeça-de-lista do partido D.

Na tabela seguinte, indica-se como esta alínea deve ser cotada (ver critério geral 7).

Conteúdo	Forma	Nível 3	Nível 2	Nível 1
Analisa correctamente os três pontos		40	38	36
Analisa correctamente apenas os dois primeiros pontos		30	28	26
Analisa correctamente apenas o primeiro ponto		14	12	10

Nota: não se exige o cálculo/apresentação de todos os quocientes que figuram na tabela acima, mas apenas dos necessários para a análise pretendida; eventuais erros de contas no cálculo desses quocientes, que não afectem as conclusões, não devem ser tomados em consideração.

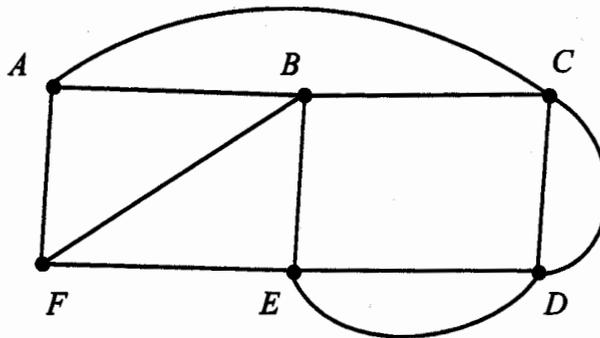
2.1. 15

Construção do grafo (ver nota)..... 5

Referência ao facto de o vértice A e/ou o vértice F terem grau ímpar 5

Conclusão: como é condição necessária, para que um grafo admita um circuito de Euler, que todos os seus vértices sejam de grau par, este grafo não admite um circuito de Euler, pelo que o grupo tem de percorrer pelo menos um caminho mais do que uma vez. 5

Nota: apresenta-se a seguir um exemplo de grafo que modela o mapa.



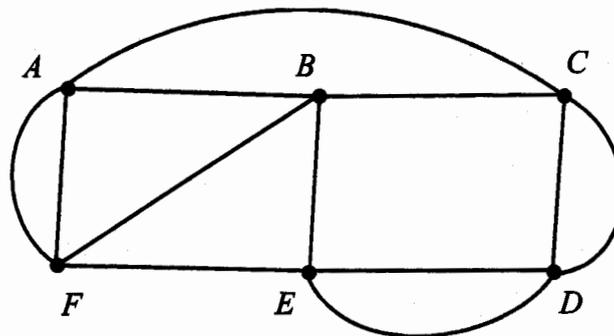
2.2. 15

Eulerização do grafo (ver nota 1) 5

Indicação de um percurso (ver nota 2) 10

Notas:

1. Apresenta-se a seguir um exemplo de eulerização do grafo:



2. Apresenta-se a seguir um exemplo de um percurso: *ACDEDCBEFBAFA*

2.3. 20

Apresenta-se a seguir um exemplo de resposta:

Dado que a realidade é complexa, torna-se necessária, para a resolução de problemas concretos, a construção de modelos que a simplifiquem, no sentido de eliminar os aspectos acessórios. Na situação apresentada, são completamente irrelevantes, para a resolução do problema proposto, aspectos como os lagos, as fontes, as árvores, os nomes dos locais e as curvas dos caminhos, aspectos que não aparecem no modelo.

Tal como é exigido no enunciado e o exemplo acima ilustra, para que uma composição possa ser considerada correcta e completa, deverá estar de acordo com os seguintes pontos:

- explicação da necessidade de simplificar a realidade e de distinguir o essencial do acessório;
- referência aos aspectos que foram simplificados, relativamente à situação original.

Na tabela seguinte, indica-se como esta alínea deve ser cotada (ver critério geral 7).

Conteúdo	Forma	Nível 3	Nível 2	Nível 1
Abordagem correcta dos dois pontos		20	19	18
Abordagem correcta de apenas um ponto		10	9	8

3.1. 15

Determinar a percentagem de inquiridos que consideraram ter um elevado conhecimento sobre questões da UE (6%)..... 5

Determinar o número de inquiridos que consideraram ter um elevado conhecimento sobre questões da UE (6% de 15 800 = 948)..... 10

3.2. 20

Justificar que o primeiro quartil é 3 (A percentagem relativa aos níveis 1 e 2 é, ao todo, 22%. A percentagem relativa aos níveis 1, 2 e 3 é, ao todo, 38%. Como $22\% < 25\% < 38\%$, conclui-se que o primeiro quartil é 3.) 10

Justificar que a mediana é 4 (A percentagem relativa aos níveis 1, 2 e 3 é, ao todo, 38%. A percentagem relativa aos níveis 1, 2, 3 e 4 é, ao todo, 55%. Como $38\% < 50\% < 55\%$, conclui-se que a mediana é 4.) 10

Nota:

Se o examinando se limitar a apresentar as definições de 1.º quartil e de mediana, deverá ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos à sua resposta.

Esta questão pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos:

1.º Processo

Designemos por A o acontecimento «*ser português*» e por B o acontecimento «*ter-se auto-avaliado no nível 1*».

Identificação da probabilidade pedida com $P(B|A)$ 3

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) \times P(B)}{P(A|B) \times P(B) + P(A|\bar{B}) \times P(\bar{B})} \dots\dots\dots 3$$

$P(A|B) = 0,2$ 3

$P(B) = 0,1$ 3

$P(A|\bar{B}) = 0,05$ 3

$P(\bar{B}) = 0,9$ 3

Resultado final correctamente apresentado (31%) 2

2.º Processo

Número de inquiridos que se auto-avaliaram no nível 1
(10% de 15 800 = 1 580)..... 3

Número de inquiridos portugueses que se auto-avaliaram no nível 1
(20% de 1 580 = 316)..... 3

Número de inquiridos que se auto-avaliaram num nível superior a 1
(90% de 15 800 = 14 220)..... 3

Número de inquiridos portugueses que se auto-avaliaram num nível superior a 1 (5% de 14 220 \approx 711)..... 3

Probabilidade pedida = $\frac{316}{316 + 711}$ 6

Resultado final correctamente apresentado (31%) 2

3.4. 20

Valores de \hat{p} , z e n do intervalo

$$\left] \hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \left[\dots\dots\dots 18$$

$\hat{p} = 0,1$	6
$n = 15\,800$	6
$z = 2,576$	6

Intervalo pedido $(]0,094; 0,106[)$ 2

3.5. 25

Apresenta-se a seguir um exemplo de resposta:

A margem de erro de um intervalo de confiança é metade da amplitude do intervalo.

Suponhamos, então, que $\hat{p} = 0,5$ e que $n = 100$. Para um intervalo com uma confiança de 95%, centrado em \hat{p} , tem-se que $z = 1,96$.

Portanto, $z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ toma o valor 0,098.

Nestas condições, um intervalo de confiança para p é $]0,5 - 0,098; 0,5 + 0,098[$, ou seja, $]0,402; 0,598[$.

Este intervalo tem uma margem de erro de 0,098.

Experimentemos agora atribuir a n um valor superior a 100.

Seja, por exemplo, $n = 500$. Nestas circunstâncias, $z \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ toma o valor 0,044.

Portanto, um intervalo de confiança para p é $]0,5 - 0,044; 0,5 + 0,044[$, ou seja, $]0,456; 0,544[$.

Este intervalo tem uma margem de erro de 0,044.

Se aumentássemos ainda mais o valor de n , a margem de erro do intervalo diminuiria ainda mais.

De um modo geral, podemos afirmar que, quando, mantendo a confiança, se aumenta a dimensão da amostra, a margem de erro diminui.

Tal como é exigido no enunciado e o exemplo apresentado ilustra, para que uma composição possa ser considerada correcta e completa, deverá estar de acordo com os seguintes pontos:

- definição correcta de margem de erro de um intervalo de confiança para uma proporção;
- simulação da variação da margem de erro de um intervalo de confiança, em função da dimensão da amostra;
- relação entre o aumento da dimensão da amostra e a diminuição da margem de erro.

Na tabela seguinte, indica-se como esta alínea deve ser cotada (ver critério geral 7).

Conteúdo	Forma	Nível 3	Nível 2	Nível 1
Abordagem correcta dos três pontos		25	24	23
Abordagem correcta de apenas dois pontos		17	16	15
Abordagem correcta de apenas um ponto		8	7	6

