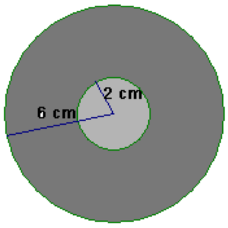
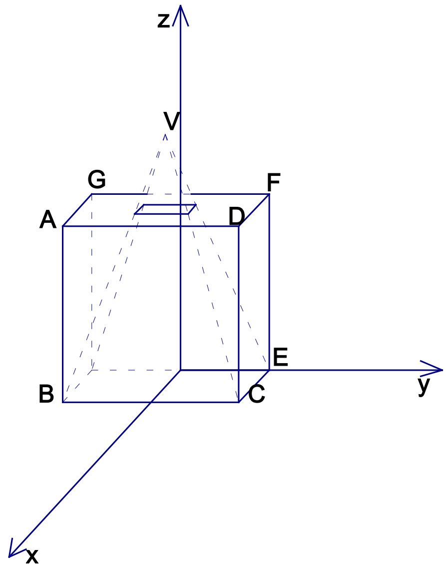
Matemática -10ºano

Ficha de Trabalho
Temas: Geometria e Funções – Revisão



1. Calcule a área que se pode gravar num disco compacto (CD) e indique a percentagem da área total do disco que é utilizada para esse efeito.
2. A área da face de um icosaedro regular é $6\sqrt{2}\ cm^2$. Qual é a área total do icosaedro?
3. Considere um cubo e uma pirâmide cuja base coincide com uma face do cubo e cujo vértice é o centro do cubo.
   a) Se o volume do cubo é 216 cm^3, qual é o volume da pirâmide?
   b) Se o volume do cubo é V, qual é, em função de V, o volume da pirâmide?
4. A recta de equação y=2 é mediatriz do segmento de recta [AB]. Indique possíveis coordenadas dos pontos A e B e diga qual a relação entre eles.
5. Represente, num referencial, a região do plano definida por
   $|x| \leq 2 \wedge (x+1)^2 + (y-1)^2 \geq 9$
6. Considere num referencial o.n. do plano os pontos A(-2,0), B(1,4) e C(2,-3).
   6.1 Represente os pontos num referencial o.m. e defina analiticamente a recta AC.
   6.2 Escreva a equação reduzida da mediatriz de BC e averigúe se o ponto A lhe pertence.
   6.3 Classifique o triângulo [ABC] quanto aos lados.
   6.4 Escreva a equação da circunferência de centro C que passa por B.
   6.5 Indique as coordenadas de um ponto D de forma que o triângulo [BCD] seja isósceles.
7. Num referencial Oxyz está representado o cubo [ABCDEFGH] e a pirâmide regular [BCEHV].
   - O plano y=0 é o plano mediador de [GF].
   - A origem do referencial é o ponto médio de [HE].
   - A cota do vértice da pirâmide é 9.
   - D tem coordenadas (6,3,6) e F coordenadas (0,3,6)



   7.1 Indique, utilizando letras da figura:
      7.1.1 duas rectas não complanares que não sejam perpendiculares;
      7.1.2 dois planos paralelos;
      7.1.3 a intersecção dos planos EHF e CBG.
   7.2 Indique as coordenadas dos outros vértices do cubo e do vértice da pirâmide.
   7.3 Escreva uma condição que defina:
      7.3.1 o plano EFD
      7.3.2 a recta AB
      7.3.3 o plano mediador de [BV].
      7.3.4 A esfera de centro em V e tangente ao plano ADF.
   7.4 Indique as coordenadas:
      7.4.1 do simétrico do ponto A em relação ao plano xOy;
      7.4.2 do simétrico do ponto C em relação ao eixo Oz.
      7.4.3 do simétrico do ponto F em relação à origem do referencial;
      7.4.4 do simétrico do ponto V em relação ao plano ADF.
   7.5 Determine que percentagem do cubo é ocupada pela pirâmide.

A professora
Anabela Matoso

7.6 Represente e determine a área:
- 7.6.1 da secção da pirâmide pelo plano xOz;
- 7.6.2 da secção da pirâmide pelo plano paralelo a xOy e que contém o ponto médio de [CD].
- 7.6.3 A secção do cubo pelo plano AFE.

7.7 Determine a norma do vector $\overrightarrow{BV}$.

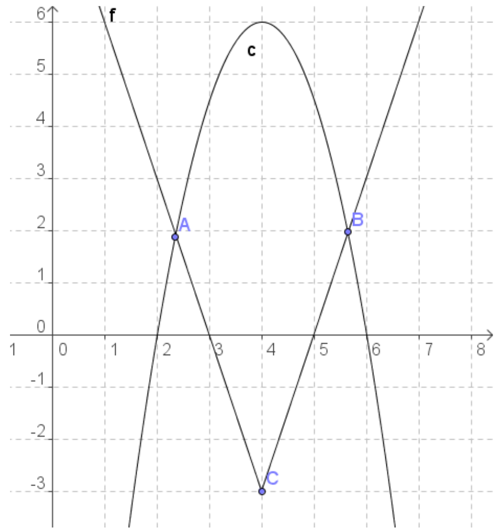
7.8 Determine um vector colinear com $\overrightarrow{BV}$ e com norma 1.

7.9 Determine, usando letras da figura:
- 7.8.1 $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{EA}$
- 7.8.2 $A+\overrightarrow{CE}$.

8. Suponha que marca três pontos não colineares num referencial o.m. e desenha o triângulo por eles formado.
Explique como procederia para determinar uma equação da circunferência circunscrita ao triângulo.
9. $x^2+y^2+6x-8y=0$ é equação de uma circunferência.
   9.1 Determine o centro e o raio da circunferência.
   9.2 Qual a posição relativa dos pontos A(2,4), B(-1,3) e C(5,-1) relativamente à circunferência dada?
   9.3 Determine as coordenadas dos pontos de intersecção da circunferência com os eixos coordenados.
10. Determine o lugar geométrico do conjuntos de pontos tais que a soma das distâncias aos pontos A(0,3) e B(0,-3) é igual a 10 u.m..
11. $36x^2+y^2=9$ é uma equação de uma elipse, centrada na origem do referencial.
   11.1 Determine as coordenadas dos vértices da elipse.
   11.2 Diga, justificando, se o ponto $A(-1,3\sqrt{3})$ pertence à elipse.
12. Indique, quanto ao número de lados, quais os polígonos que podem ser obtidos por intersecção de um plano com um cubo.
13. Qual a figura geométrica que se obtém quando se intersecta um cilindro recto:
   13.1 com um plano paralelo às bases;
   13.2 com um plano paralelo a uma geratriz.
14. Determine a expressão analítica de uma função afim f, tal que:
   14.1 f(0)=0 e f(3)=2
   14.2 f é crescente e f(-2)=2
   14.3 f não tem zeros e A(-1,4) pertence ao seu gráfico
   14.4 3 é o único zero e o seu gráfico é paralelo à bissectriz dos quadrantes pares.
15. Determine uma expressão analítica de uma função quadrática h, tal que:
   15.1 O vértice da parábola que a representa é o ponto de coordenadas (2,4) e h (-1) =0
   15.2 Admite como zeros -3 e 1 e o seu contradomínio é $\left[-4,+\infty\right[$
16. Um barco encontra-se perdido no mar e lança um pedido de socorro através de um foguete de sinalização luminosa. A altura do foguete, em metros, ao fim de t segundos é dada por: $h(t)=-3t^2+15t+18$
   16.1 A que altura se encontra o foguete ao fim de 2 segundos?
   16.2 Qual é a altura máxima atingida pelo foguete no seu percurso?
   16.3 Quanto tempo demora o foguete a cair no mar?
   16.4 Durante quanto tempo o foguete se encontra a uma altura superior a 30 metros?

A professora
Anabela Matoso

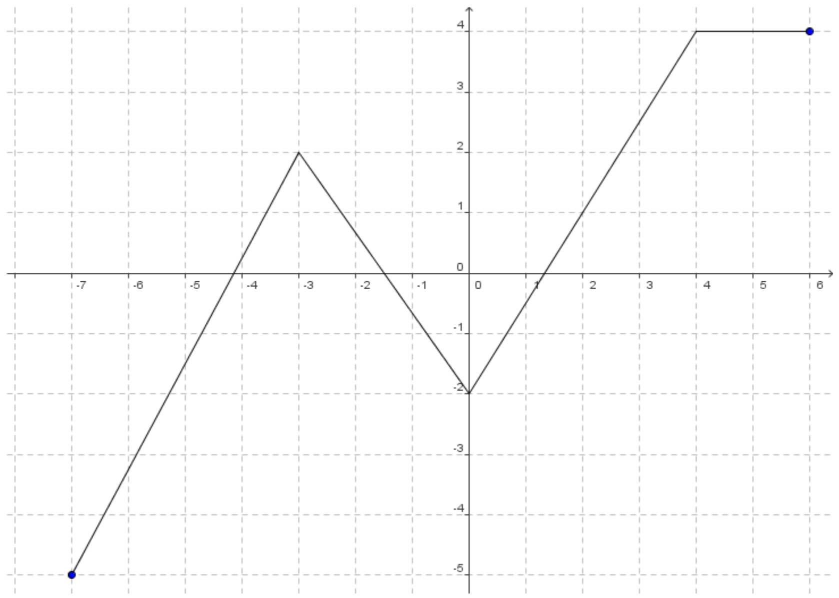
17. Na figura estão representados os gráficos de duas funções reais de variável real. Utilize as capacidades gráficas da calculadora para determinar o perímetro do triângulo [ABC]. Explique como procedeu e apresente todos os cálculos efectuados.



18. O Tiago e a namorada pensaram ir à discoteca para comemorar o primeiro aniversário de namoro. Consultaram a Internet, para ajudá-los na escolha. Descobriram que a discoteca *Kteen* cobra 5 euros pela entrada e 1,5 euros por cada sumo; a discoteca *Teenclub* cobra 6 euros pela entrada e 1,2 euros por cada sumo, e em ambas as discotecas uma rapariga, quando acompanhada, não paga entrada.

    18.1 Defina analiticamente as funções que dão a despesa do casal de namorados, em cada uma das discotecas, em função do número de sumos consumidos.
    18.2 Se os dois beberem mais do que um sumo cada um, que discoteca devem escolher?
    18.3 Quantos sumos teriam de beber os namorados para que a despesa fosse igual nas duas discotecas?
    18.4 Caso convidem outro casal para os acompanhar, que discoteca devem escolher se cada rapaz beber dois sumos e cada rapariga um?

19. Considere a função f representada analiticamente a seguir:



    19.1 Esboce o gráfico de $g(x) = f(-x)$
    19.2 Indique:
        19.2.1 o contradomínio e o número de zeros de $h(x) = f(x) - 2$;
        19.2.2 o domínio de $i(x) = f(x+3)$;

A professora
Anabela Matoso

19.2.3 O contradomínio de $j(x)=|f(x)|$.

19.3 Considere a função $t(x)=kf(x)$. Determine o valor real de k, de modo que t(0)=4.

19.4 Indique o mínimo absoluto de $a(x)=-2-f(2x)$.

20. Factorize os polinómios seguintes:

20.1 $-3x^2+15x+18$

20.2 x^3+x^2-4x-4, sabendo que -2 é um dos seus zeros.

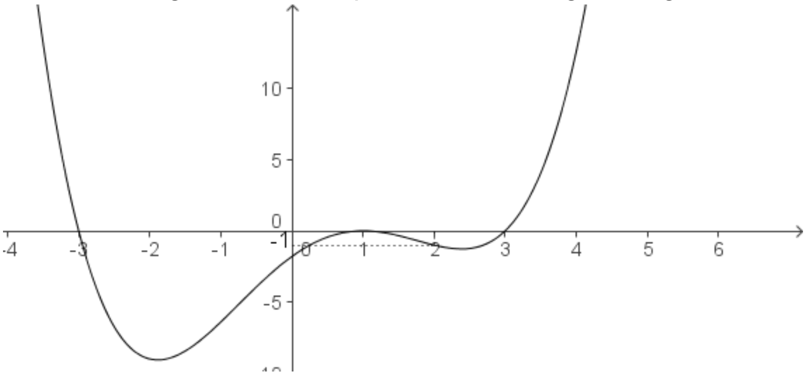
20.3 $x^4-4x^3+x^2+6x$, sabendo que é divisível por $x+1$.

20.4 $x^4+8x^3+30x^2+56x+40$, sabendo que -2 é um zero duplo.

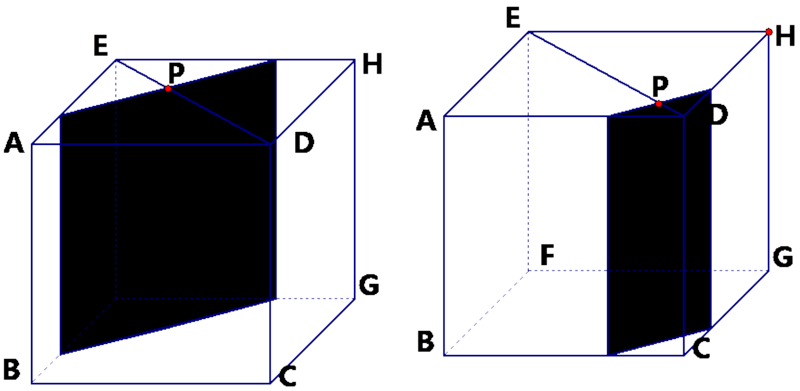
21. Defina analiticamente uma função polinomial do 4º grau, tal que:

21.1 Admite como zeros -2, -1, 2 e 3 e $f(0)=1$;

21.2 Parte do seu gráfico está representada na figura seguinte.

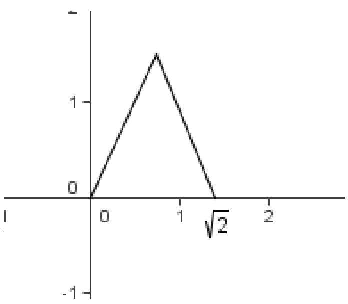


22. Considere o cubo [ABCDEFGH] cuja aresta tem 1 cm de comprimento, representado na figura, e um ponto P sobre a diagonal facial [ED] que se desloca de E para D.

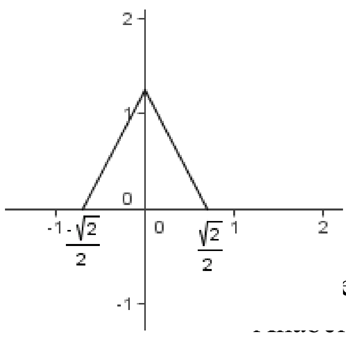


O gráfico da função que nos dá a área, em função da abcissa x de P, das secções produzidas no cubo pelo plano perpendicular a [ED] e que passa por P é:

(A)

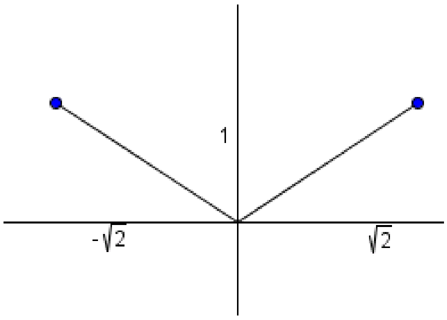


(B)

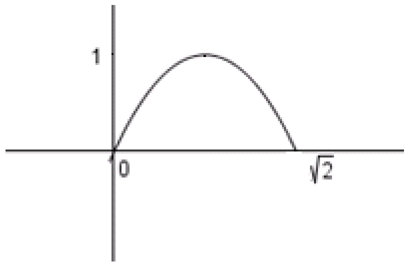


essora
a Matoso

(C)

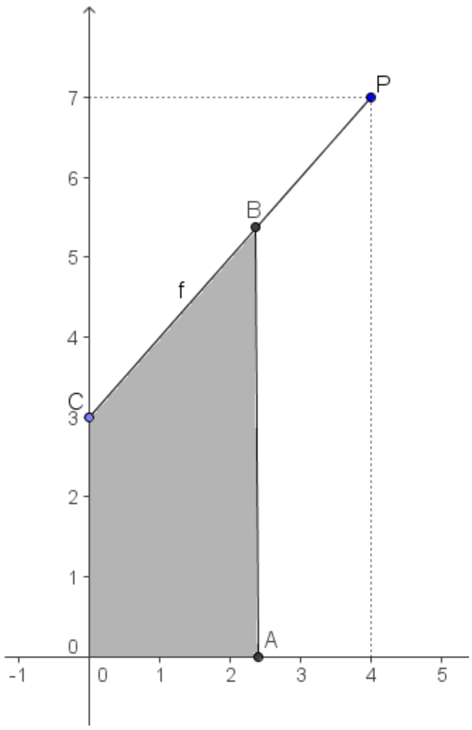


(D)



23. Em relação à função $h(x)=|x+3|+k$ podemos afirmar que:
   (A) É par e tem um zero, se k=0.
   (B) Tem dois zeros positivos, se k<0.
   (C) Tem um zero maior do que -3, se k<0.
   (D) Tem um zero maior do que -3, se k>0.

24. Na figura seguinte, o segmento de recta [CP] representa o gráfico de uma função cujo domínio é o intervalo [0,4]; B é um ponto que se desloca ao longo do segmento [CP]; [AB] é paralelo ao eixo Oy. A unidade de medida considerada no sistema de eixos é o centímetro.

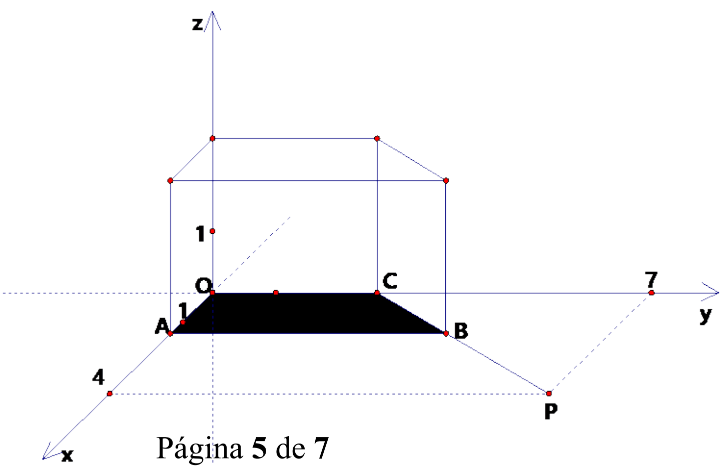


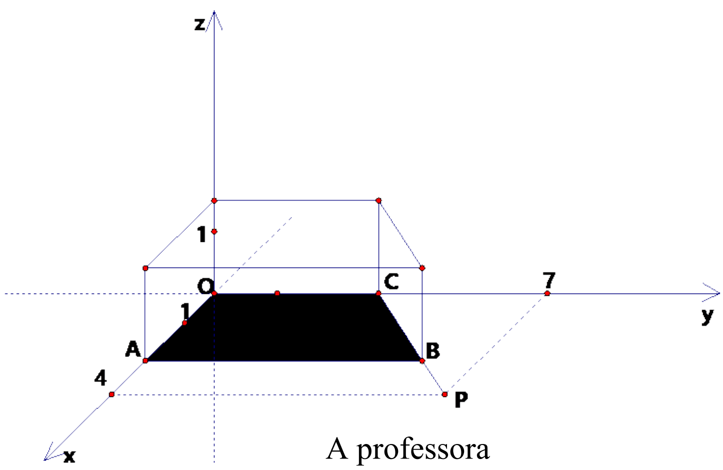
24.1 Mostre que a função f é definida analiticamente, no seu domínio, por $f(x)=x+3$.

24.2 Prove que a área do trapézio [OABC] é dada, em função da abcissa, x, de B por $g(x)=\frac{1}{2}x^2+3x$.

24.3 Determine analiticamente a imagem de x, por f, para o qual a área do trapézio é 18 cm^2.

24.4 Considere o prisma recto cuja base é o trapézio [OABC] e cuja altura é dada em função da abcissa de B por $h(x)=4-x$.





24.4.1 Justifique que o volume do prisma é dado em função de x por

$$V(x) = -\frac{1}{2}x^3 - x^2 + 12x \text{ , } x \in [0,4].$$

24.4.2 Determine, recorrendo à calculadora, o valor de x para o qual o volume do prisma é máximo.

25. Considere a função $f(x) = (x^2 - 2x + 1)(x^2 - 4)$.

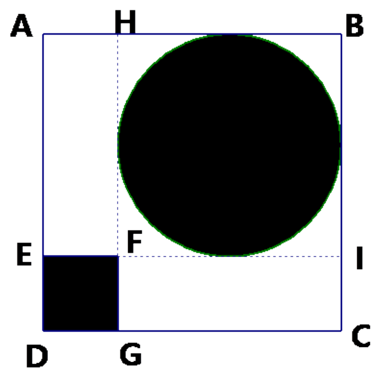
25.1 Determine os zeros e elabore uma tabela de sinais.

25.2 Determine o contradomínio da função.

25.3 Qual é o comportamento desta função quando $x \to +\infty$ e quando $x \to -\infty$?

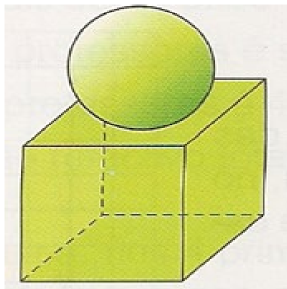
26. Na figura está o primeiro esboço de um logótipo que o João está a construir para o Clube de Matemática da sua escola.
Dentro do quadrado [ABCD] estão representados, a azul, um círculo e um quadrado [DEFG], nos quais vão ser colocados desenhos alusivos a jogos matemáticos.
Na região branca, vão ser colocados símbolos matemáticos e texto.
Sabe-se que:

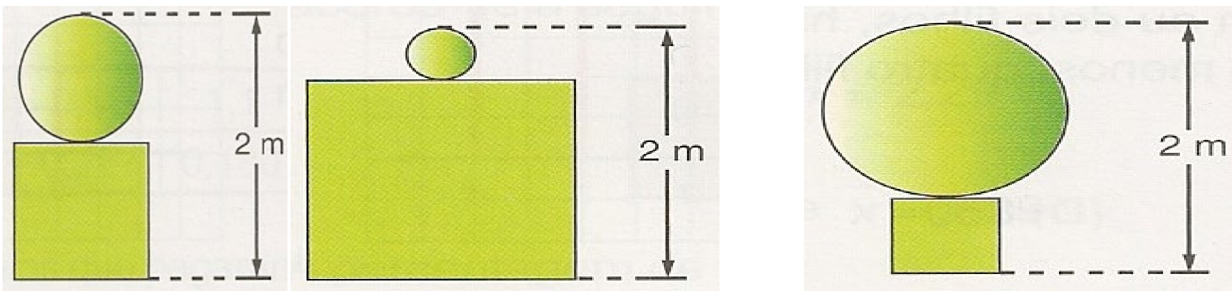
- $\overline{AB} = 1$
- O círculo está inscrito no quadrado [FHBI]



Designando por x o lado do quadrado [DEFG], determine o valor de x para o qual a área da região branca é máxima.
Apresente o resultado arredondado às décimas.

27. Na figura está representado um projecto de uma escultura em cimento para o jardim de uma escola, constituída por uma esfera colocada sobre um cubo.
Pretende-se que a escultura tenha uma altura total de 2 metros.
Apresentam-se, a seguir, as vistas de frente de três possíveis concretizações desse projecto.





27.1 Designemos por x o raio da esfera (em metros).

27.1.1 Indique, na forma de intervalo de números reais, o conjunto dos valores que a variável x pode assumir.

27.1.2 Mostre que o volume total, V, em metros cúbicos, da escultura é dado, em função de x, por $V(x) = \frac{4\pi - 24}{3}x^3 + 24x^2 - 24x + 8$

27.1.3 Determine o raio da esfera e a resta do cubo de modo que o volume total da escultura seja mínimo. Apresente os resultados em metros, arredondados às centésimas.

27.2 Admita agora que o raio da esfera é metade da aresta do cubo.

Pretende-se pintar toda a superfície da escultura, excepto naturalmente a face do cubo que está assente no chão.
Cada litro da tinta que vai ser utilizada permite pintar uma superfície de 2,5 m^2.
Admitindo que esta tinta só é vendida em latas de 1 litro, quantas latas será necessário comprar?

28. Considere a função real de variável real definida por $f(x) = x^3 - 2x$.
Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora determine os pontos do gráfico da função cuja ordenada é o quadrado da abcissa sabendo que um deles é a origem do referencial.
Na sua resposta deve incluir o gráfico ou gráficos que visualizar, assim como as coordenadas dos pontos arredondadas às décimas.

29. O Fernando e a irmã vivem à beira de uma estrada que conduz a um Castelo situado a 5 km de distância. Ambos trabalham no Castelo, ela no período da manhã e ele no período da tarde. Cruzam-se sempre no caminho para que ela lhe possa entregar a chave do Castelo. Ele sai da casa às 12 horas e demora 15 minutos a fazer cada quilómetro. À mesma hora a sua irmã sai do Castelo e dirige-se para casa demorando 20 minutos para percorrer cada quilómetro.

29.1 A que horas se cruzam?
29.2 Quando se cruzam, a que distância está o Fernando do Castelo?
29.3 Qual te parece ser o horário de visita do Castelo?

30. A tarifa P de um parque de estacionamento é calculada assim:
1ª hora ou fracção, 0,8euros:
2ª hora ou fracção, 0,5 euros;
Cada hora a mais ou fracção, 0,4 euros.
Esboce o gráfico de P em função do tempo t, para um período até 4 horas e defina analiticamente a função que representou.

31. A função $c(t) = 0{,}033t^3 - 0{,}68t^2 + 3{,}4t$ exprime, em mililitros por litro de sangue, com uma precisão aceitável, a concentração de um certo fármaco no sangue, t horas depois de ter sido administrado pela primeira vez.
Use a calculadora para responder às questões seguintes, apresentando os resultados relativos à concentração de fármaco no sangue em ml/l aproximados às décimas e os resultados relativos ao tempo em horas e minutos.
31.1 Qual a concentração de medicamento no sangue 45 minutos depois de ter sido administrado?
31.2 Qual o significado da afirmação "$c(8{,}5) \approx 0$"?
31.3 O medicamento é eficaz enquanto a concentração no sangue é superior a 4 ml/l. Durante quanto tempo isso acontece?
31.4 Quando a concentração de medicamento no sangue é inferior a 1 ml/l é indispensável tomar nova dose. Se o medicamento foi administrado pela primeira vez às 9 horas, deve ser tomado, o mais tardar, em que altura do dia?

A professora
Anabela Matoso