	COLÉGIO PAULO VI Ficha de Avaliação de Matemática - 11º ano – Duração: 90 minutos 12 de novembro de 2012 11ºA

Proposta de correcção

Grupo I

1.Os pontos A e B pertencem ao gráfico da função f. Sendo assim $B\left(\frac{\pi}{2},0\right)$.

Os pontos A e C pertencem ambos ao gráfico da função g. Sendo assim $C\left(\frac{\pi}{2},1\right)$. O ponto A é o primeiro ponto de intersecção dos gráficos logo $A\left(\frac{\pi}{4},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. A=$\frac{1\times\frac{\pi}{4}}{2}=\frac{\pi}{8}$.

2. Cada volta da bicicleta equivale a $72\pi\ cm$.

$9km = 900000\ cm$ logo $900000 \div (72\pi) \approx 3878{,}8$ R:3878 voltas

3. O quadrante no qual a tangente e o cosseno são negativos é o segundo. No segundo quadrante o seno é positivo e decrescente.

4. $\cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right) = -senx < 0$ (Como o ângulo x pertence ao 2º quadrante, o seu seno é positivo logo o simétrico é negativo)

5. $sen\beta(sen\beta+1)+\cos^2\beta-2 = sen^2\beta+sen\beta+\cos^2\beta-2 = sen\beta-1$

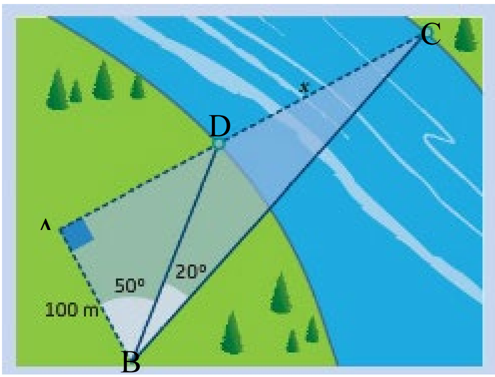
Grupo II

1. 1º Processo: Sejam $\overline{AD}=y \quad e \quad \overline{AC}=d$

$tg(50º)=\frac{y}{100} \Leftrightarrow y=100\times tg50º \quad y\approx 119{,}18$

$tg(70º)=\frac{d}{100} \Leftrightarrow d=100\times tg70º \quad d\approx 274{,}75$

Logo $x \approx 274{,}75-119{,}18 \approx 156\ m$



2º Processo

Atendendo a que o triângulo [BCD] tem dois ângulos geometricamente iguais (ambos com amplitude 20º), é um triângulo isósceles e portanto $x=\overline{BD}$ pois, num triângulo, a ângulos iguais opõe-se lados iguais.

Determinemos então $\overline{BD}$: $\cos(20º)=\frac{\overline{BD}}{100} \Leftrightarrow \overline{BD}=100\times\cos 20º \quad \overline{BD}\approx 156$.

2. $4sen\left(\frac{13\pi}{6}\right)-\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)-tg\left(-\frac{3\pi}{4}\right)+\cos(-3\pi)=$

$=4sen\left(\frac{12\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)-\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)-tg\left(-\pi+\frac{\pi}{4}\right)+\cos(-4\pi+\pi)=$

$=4sen\left(\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)-tg\left(\frac{\pi}{4}\right)+\cos(\pi)=4\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-1+(-1)=\frac{1}{2}$

3.1 Vamos mostrar que $f\left(\frac{41\pi}{6}\right)=0$

$$f\left(\frac{41\pi}{6}\right)=1-2sen\left(\frac{41\pi}{6}\right)=1-2sen\left(\frac{5\pi}{6}\right)=1-2sen\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=1-2sen\left(\frac{\pi}{6}\right)=1-2\times\frac{1}{2}=0$$

C.A: $\frac{41\pi}{6}\div(2\pi)\approx 3voltas \qquad \frac{41\pi}{6}-3\times 2\pi=\frac{41\pi}{6}-\frac{36\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}=\pi-\frac{\pi}{6}$

3.2 R: Uma vez que o domínio da função é R.

$-1\le senx\le 1,\quad \forall x\in R \Leftrightarrow -2\le 2senx\le 2,\quad \forall x\in R \Leftrightarrow 2\ge -2senx\ge -2,\quad \forall x\in R\Leftrightarrow$

$3\ge 1-2senx\ge -1,\quad \forall x\in R$ Logo $D'_f=[-1{,}3]$

3.3 Observando o gráfico vemos que não há simetria em relação ao eixo Oy logo a função não é par. Como também não há simetria do gráfico em relação à origem, a função não é ímpar.

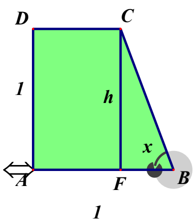
4. $$\frac{sen(\pi-a)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-a\right)}{\cos(7\pi+a)+sen(3\pi+a)}=\frac{sen(a)+sena}{-\cos(a)-sen(a)}=\frac{2sena}{-\cos a-sena}$$

Aplicando a fórmula fundamental da trigonometria:

$sen^2 a+\cos^2 a=1\Leftrightarrow \frac{1}{9}+\cos^2 a=1\Leftrightarrow \cos a=\pm\sqrt{\frac{8}{9}}$ Como $a\in\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ e $sena<0$,

sabemos que $a\in 4^{\circ}Q$, logo $\cos a=\frac{\sqrt{8}}{3}$.Então $\frac{2sena}{-\cos a-sena}=\frac{-2\times\frac{1}{3}}{-\frac{\sqrt{8}}{3}+\frac{1}{3}}=\frac{4\sqrt{2}+2}{7}$

5.1 Observando a figura na qual F é a projecção ortogonal do ponto C na reta AB.



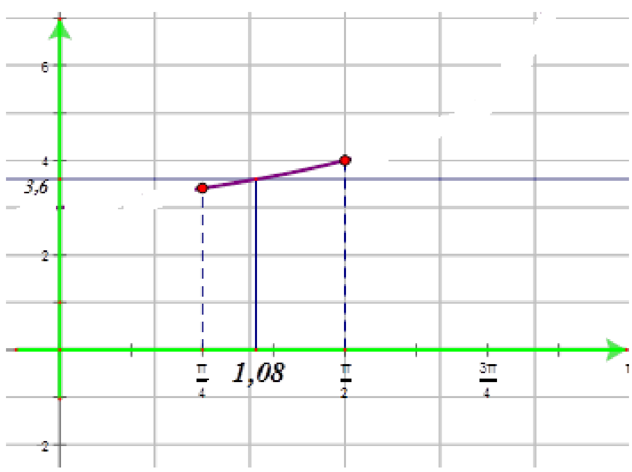
$tgx=\frac{1}{\overline{FB}}\Leftrightarrow \overline{FB}=\frac{1}{tgx} \qquad senx=\frac{1}{\overline{CB}}\Leftrightarrow \overline{CB}=\frac{1}{senx}$

$$P(x)=1+1+1-\frac{1}{tgx}+\frac{1}{senx}\Leftrightarrow P(x)=3-\frac{\cos x}{senx}+\frac{1}{senx}\Leftrightarrow P(x)=\frac{3senx}{senx}-\frac{\cos x}{senx}+\frac{1}{senx}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(x)=\frac{3senx-\cos x+1}{senx} \qquad c.q.d.$$

5.2 $P\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{3sen\left(\frac{\pi}{2}\right)-\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+1}{sen\left(\frac{\pi}{2}\right)}=\frac{4}{1}=4$.

Quando a amplitude de x é $\frac{\pi}{2}$ o trapézio torna-se um quadrado de lado 1 logo de perímetro 4 .



5.3 O valor de x para o qual o perímetro do trapézio é 3,6 é, aproximadamente, 1,08, como se pode observar no esboço apresentado.