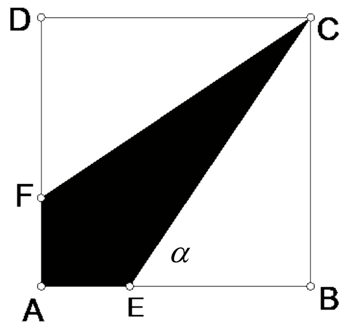
Colégio Paulo VI
Matemática 11º ano
2005/2006
1ª Questão em duas fases

Nota: Neste ficheiro estão todas as questões sobre trigonometria. Foram usadas para duas turmas conjugando a 1ª e segunda fases.

1ª Fase :

Na figura está representado um quadrado [ABCD], de lado 1.

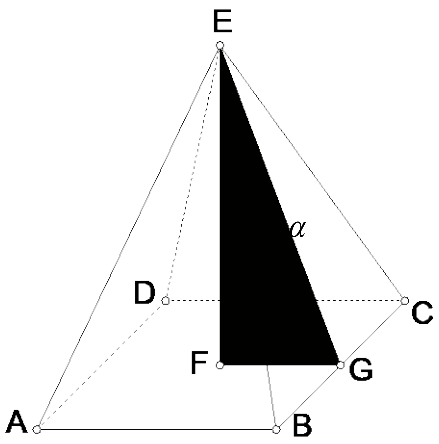


O ponto E desloca-se sobre o lado [AB], e o ponto F desloca-se sobre o lado [AD], de tal forma que se tem sempre $\overline{AE} = \overline{AF}$.
Para cada posição do ponto E, seja α a amplitude do ângulo BEC $\left(\alpha \in \left]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right[\right)$.
Mostre que o perímetro do quadrilátero [CEAF] é dado, em função de α, por $P(\alpha) = 2 - \frac{2}{tg\alpha} + \frac{2}{sen\alpha}$.

1ª Fase:

Na figura está representada uma pirâmide quadrangular regular.
Sabe-se que:

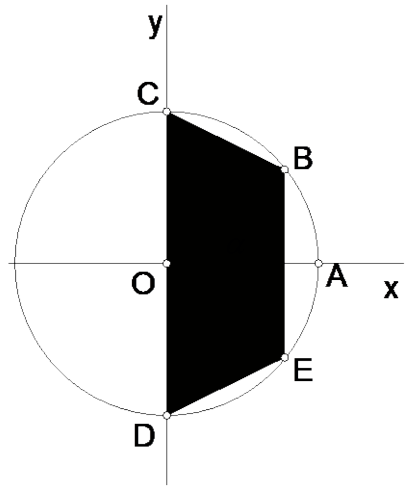
- A base da pirâmide tem centro F e lado 2.
- G é o ponto médio da aresta [BC].
- α designa a amplitude do ângulo FGE. $\left(\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$



Mostre que a área total da pirâmide é dada, em função de α, por: $A(\alpha) = \frac{4\cos\alpha + 4}{\cos\alpha}$

2ª Fase(B) :

Na figura está representado o círculo trigonométrico e um trapézio isósceles [BCDE] .
Sabe-se que :

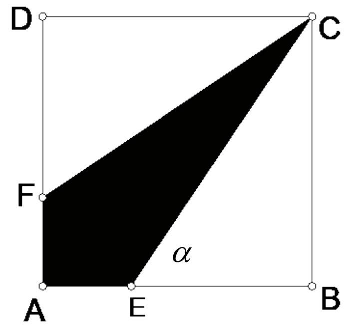


- $B\hat{O}A = \alpha \quad e \quad \alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$;
- $[CD]$ é um diâmetro da circunferência.

Mostre que a área do trapézio é dada, em função de α , por $A(\alpha) = sen\alpha . \cos\alpha + \cos\alpha$ e recorrendo à calculadora determine α tal que $A(\alpha) = 0{,}5$.*(Apresente o valor aproximado às décimas)*

2ª Fase(B) :

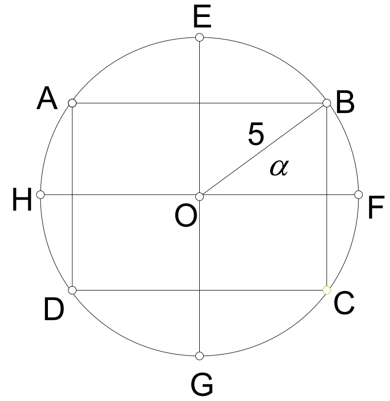
Na figura está representado um quadrado [ABCD], de lado 1.



O ponto E desloca-se sobre o lado [AB], e o ponto F desloca-se sobre o lado [AD], de tal forma que se tem sempre $\overline{AE} = \overline{AF}$.
Para cada posição do ponto E, seja α a amplitude do ângulo BEC $\left(\alpha \in \left]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right[\right)$.
Mostre que a área do quadrilátero [CEAF] é dada, em função de α , por $A(\alpha) = \frac{tg\alpha - 2}{tg\alpha}$ e, recorrendo à calculadora determine α tal que $A(\alpha) = 0{,}5$.*(Apresente o valor aproximado às décimas)*

2ª Fase(A) :

A figura representa um canteiro de forma circular com 5 cm de raio. O canteiro tem uma zona rectangular, que se destina à plantação de flores, e uma zona relvada, assinalada a sombreado na figura.
Os vértices A, B, C e D do rectângulo pertencem à circunferência que limita o canteiro.
Na figura estão também assinalados:

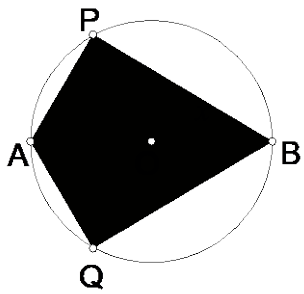


- Dois diâmetros da circunferência, [EG] e [HF], que contêm os pontos médios dos lados do rectângulo;
- O centro O da circunferência;
- O ângulo BOF, de amplitude α $\left(\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$.

Mostre que a área (em m^2) da zona relvada é dada, em função de α, por $A(\alpha) = 25\pi - 100sen(\alpha)\cos(\alpha)$ e recorrendo à função determine a área da zona relvada quando $\overline{AB} = \overline{BC}$.

2ª Fase(A) :

Na figura está representada uma circunferência de centro O e diâmetro [AB] sendo o seu **raio 5 cm**. O ponto P desloca-se sobre a semicircunferência superior de A para B e o ponto Q desloca-se sobre a semicircunferência inferior de A para B, de tal forma que se tem sempre $\overline{AP} = \overline{AQ}$.



Para cada posição do ponto P, seja x a amplitude do ângulo PBA $\left(x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$.

Mostre que a **área do quadrilátero** [APBQ] é dada, em função de x, por

$A(x) = 100sen(x)\cos(x)$ e recorrendo à função determine a área do quadrilátero que se obtém quando $\overline{AP} = \overline{PB}$.

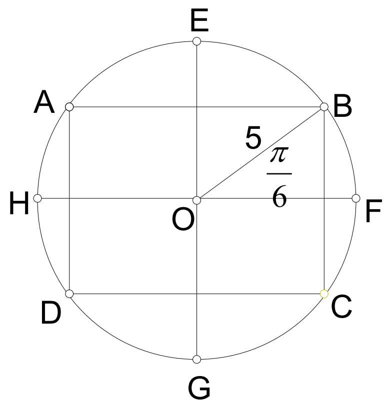
2ª Fase(C) :

A figura representa um canteiro de forma circular com 5 cm de raio. O canteiro tem uma zona rectangular, que se destina à plantação de flores, e uma zona relvada, assinalada a sombreado na figura.

Os vértices A, B, C e D do rectângulo pertencem à circunferência que limita o canteiro.

Na figura estão também assinalados:

- Dois diâmetros da circunferência, [EG] e [HF], que contêm os pontos médios dos lados do rectângulo;
- O centro O da circunferência;
- O ângulo BOF de amplitude $\frac{\pi}{6}$ radianos.



Determine a área da zona relvada.