

COLÉGIO PAULO VI

Ficha de Avaliação de Matemática

20 de Fevereiro de 2006

12º ano

Nome:.....nº:..... Turma:.....

Para cada uma das questões do grupo I **selecione a resposta correcta** de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva **na folha de teste** a letra que corresponde à sua opção.

Atenção! Se apresentar mais de uma resposta, ou resposta ambígua, a questão será anulada.

Grupo I

1. Na empresa “ PLAST”, a variável “ número de anos de trabalho dos empregados na empresa” segue uma distribuição aproximadamente normal de média 12 anos e desvio-padrão 3.

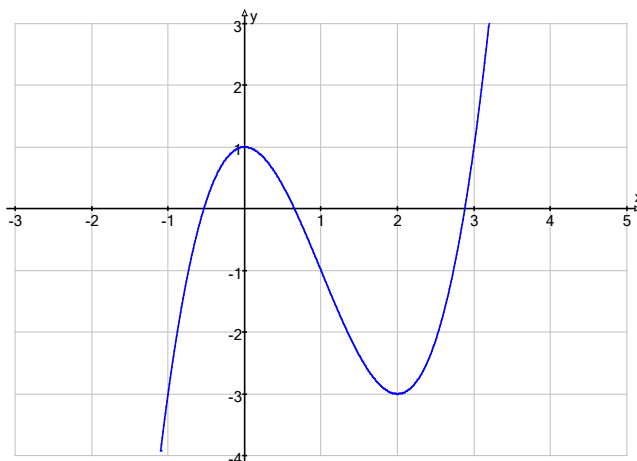
Escolhe-se ao acaso um empregado dessa empresa. Relativamente a ele, podemos afirmar que a probabilidade de:

- (A) ter menos de 9 anos de serviço é aproximadamente igual a 50%.
- (B) ter 20 anos de serviço é aproximadamente igual a 4,5%.
- (C) ter mais de 18 anos de serviço é igual à probabilidade de ter menos de 6 anos de serviço.
- (D) ter entre 12,5 e 18,5 anos de serviço é aproximadamente igual a 20%.

2. Vinte e cinco alunos de uma turma participam num concurso. A Luísa é aluna da turma. Sabendo que são premiados três alunos, qual é a probabilidade da Luísa ser premiada?

- (A) $\frac{{}^{24}C_2}{{}^{25}C_3}$ (B) $\frac{{}^{24}C_2 - 1}{{}^{25}C_3}$ (C) $\frac{1}{{}^{25}C_3}$ (D) $\frac{24}{{}^{25}C_3}$

3. Observe o seguinte gráfico onde está representada uma função polinomial h . Qual das seguintes funções tem o mesmo contradomínio da função $f(x) = h(|x|)$?

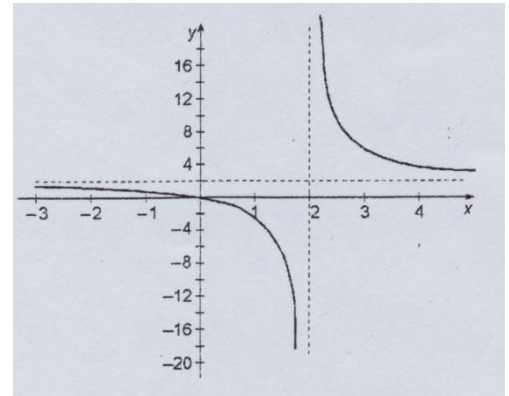


- (A) $g(x) = |h(x)|$ (B) $g(x) = |h(x)| - 3$
 (C) $g(x) = |h(x) - 3|$ (D) $g(x) = 3 - |h(x)|$

4. O domínio da função real de variável real $f(x) = \frac{x}{1 - \ln x}$ é:

- (A) R^+ (B) $R \setminus \{1\}$ (C) $R^+ \setminus \{1\}$ (D) $R^+ \setminus \{e\}$

5. Na figura está desenhada parte da representação gráfica de uma função f , cujo domínio é $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. As rectas de equações $x = 2$ e $y = 2$ são assíntotas do gráfico de f .



Seja (x_n) uma sucessão tal que $\lim f(x_n) = +\infty$

Qual poderá ser a sucessão (x_n) ?

(A) $x_n = \frac{1}{n} + 2$

(B) $x_n = \frac{2}{n} + 1$

(C) $x_n = -\frac{1}{n} + 2$

(D) $x_n = 2 + n^2$

6. Considere a função f de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $f(x) = \log_4 x$. P é o ponto do gráfico de f com ordenada $\frac{1}{2}$. A abscissa do ponto P é:

(A) 2

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(D) $\sqrt{2}$

7. A função real de variável real definida por $f(x) = \begin{cases} \ln(x+e) & \text{se } x \geq k \\ e^{-x} & \text{se } x < k \end{cases}$ é contínua em $x = k$ se:

(A) $k = e$

(B) $k = 1$

(C) $k = 0$

(D) $k = -e$

Grupo II

Na resolução deste grupo deve apresentar todos os esquemas e cálculos que traduzam o seu raciocínio e todas as justificações julgadas necessárias.

1. Seja B o conjunto dos números de quatro algarismos diferentes, menores que 4000, que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, e 6.

1.1 Verifique que o conjunto B tem 360 elementos.

1.2 Escolhe-se, ao acaso, **um elemento de B**.

Qual a probabilidade de que esse elemento seja um número par?
Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

2. A magnitude aparente (m) e a magnitude absoluta (M) de uma estrela são grandezas utilizadas em Astronomia para calcular a distância (d) a que essa estrela se encontra da Terra.

As três variáveis estão relacionadas pela fórmula $10^{0,4(m-M)} = \frac{d^2}{100}$.

(d é medida em *parsec*, unidade utilizada em Astronomia para grandes distâncias)

Prove que, para quaisquer m , M e d , se tem: $m = M - 5(1 - \log_{10} d)$.

3. A semi - duração de um medicamento é de 4 horas, o que significa que se for

tomada uma dose d_0 em $t = 0$, passadas 4 horas existe no sangue $\frac{d_0}{2}$.

A função $d(t) = ke^{-\alpha t}$, em que α e k são números reais, permite conhecer a quantidade de um medicamento (*em miligramas*) existente no sangue decorrido o tempo t (*em horas*).

Suponha que a dose tomada foi de 250 miligramas e que o medicamento passa imediatamente para o sangue assim que é tomado.

- 3.1 Determine os valores de k e de α .

- 3.2 Mostre que para qualquer valor de t , é constante o quociente $\frac{d(t+1)}{d(t)}$.

Determine um valor aproximado dessa constante (arredondado às centésimas), interpretando-a no contexto da situação descrita.

Nota: Se não resolveu 3.1 considere nesta alínea $k = 200$ e $\alpha = \frac{\ln 3}{5}$

4. Calcule os seguintes limites:

4.1 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 - x - 3}$

4.2 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 - x - 3}$

4.3 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x-1}$

4.4 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

5. Na figura está parte da representação gráfica da função h .
Indique, caso existam, os seguintes limites:

5.1 $\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x)$

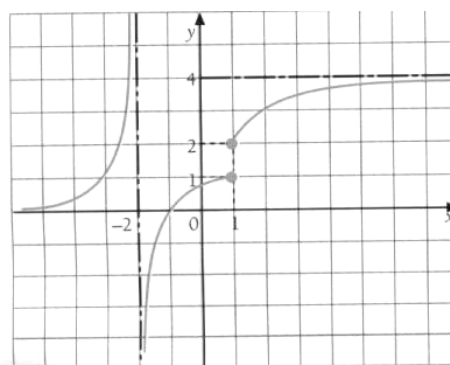
5.2 $\lim_{x \rightarrow 1} h(x)$

5.3 $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$

5.4 $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$

5.5 $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{h(x)}$

5.6 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2}{h(x)}$



(Apenas se pretende a indicação do valor do limite, caso exista, ou que escreva *não existe*, se esse for o caso.)

6. No início de 1972, havia quatrocentos lobos num determinado parque natural. As medidas de protecção a lobos fizeram com que o referido número aumentasse continuamente. Os recursos do parque permitem que o número de lobos cresça até bastante perto de um milhar, mas não permitem que este valor seja ultrapassado. Nestas condições, apenas uma das expressões seguintes pode definir a função P que dá o número aproximado de lobos existentes no parque natural, t anos após 1972.

(A) $\frac{1200}{1+2.e^{-t}}$ (B) $1000 - \frac{600(t^3 + 1)}{e^t}$ (C) $\frac{1000}{1+e^{-0,5t}}$ (D) $\frac{1000}{1+1,5.e^{-0,5t}}$

Qual é a expressão correcta? Numa pequena composição, com cerca de 10 linhas, explique as razões que o levam a rejeitar as outras três expressões (**apresente três razões diferentes, uma por cada expressão rejeitada**).

Nota: Pode ser-lhe útil recorrer às capacidades gráficas da calculadora. Se o fizer, deve reproduzir o(s) gráfico(s) obtido(s).

FIM

Cotações

Questão	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Grupo I
Cotação	9	9	9	9	9	9	9	63 pontos

Questão	1.1	1.2	2	3.1	3.2	4.1	4.2	4.3	4.4	5.	6.	Grupo II
Cotação	10	10	16	10	15	10	10	10	10	18	18	137 pontos