



**Assunto: Probabilidades – Revisão**

1. *Capicua* é uma sequência de algarismos cuja leitura da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda dá o mesmo número natural. Considera todas as capicuas com sete algarismos.
  - 1.1 Quantas são?
  - 1.2 Quantas têm quatro algarismos diferentes?
2. De quantas maneiras se podem colocar quatro bolas diferentes em sete caixas diferentes,
  - 2.1 se puder haver mais do que uma bola por caixa?
  - 2.2 se não puder haver mais do que uma bola por caixa?
3. Quantos números naturais, escritos com algarismos todos diferentes, existem entre os números 800 e 1300?
4. Numa turma de vinte alunos, um professor pretende escolher um grupo de três alunos para desempenharem três tarefas distintas, uma tarefa por aluno. De quantas maneiras pode fazer a escolha?
5. Seis casais posam em fila para uma fotografia. De quantas maneiras se podem colocar as doze pessoas,
  - 5.1 se não houver qualquer restrição?
  - 5.2 se os dois membros de cada casal ficarem juntos?
  - 5.3 se pelo menos um casal ficar separado?
6. A Joana pretende arrumar 5 dos seus dez livros numa estante. De quantas maneiras o pode fazer?
7. De quantas maneiras podemos colocar seis ovos num frigorífico com doze lugares?
8. Com moedas de 1, 2, 5, 10, 20 e 50 cêntimos, uma moeda de cada quantia, quantos totais diferentes posso obter utilizando duas moedas?
9. No roupeiro do Rui existem quatro camisas brancas de diferentes modelos e mais sete camisas de cores diferentes, nenhuma delas branca. O Rui vai viajar e quer levar na mala de viagem quatro camisas de quatro cores diferentes. De quantas maneiras pode fazer a escolha dessas quatro camisas?
10. Num torneio de xadrez, cada jogador jogou uma partida com cada um dos outros jogadores.

- 10.1** Supondo que participaram no torneio 8 jogadores, quantas partidas foram disputadas?
- 10.2** Supondo que foram disputadas 120 partidas, quantos jogadores participaram no torneio?
- 11.** Para cada  $n$  natural, quantos elementos tem a linha do Triângulo de Pascal que contém os elementos da forma  ${}^n C_k$  ?
- 12.** A soma de todos os termos de uma certa linha do Triângulo de Pascal é 1 048 576.  
Qual é a soma de todos os termos da linha seguinte?
- 13.** A soma dos quatro elementos centrais de uma certa linha do Triângulo de Pascal é 6006. O maior valor da linha seguinte é 3432. Qual é o valor de cada um dos quatro elementos centrais referidos?
- 14.** Simplifica o mais possível  $(x+1)^3 - (x-1)^3$ .
- 15.** Um dos termos do desenvolvimento de  $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{2}{x^2}\right)^{21}$  não depende da variável  $x$ . Qual é esse termo?
- 16.** Um dos termos do desenvolvimento de  $(x+1)^n$  é  $45x^2$ . Qual é o valor de  $n$ ?
- 17.** Considera um cubo com as faces numeradas de 1 a 6. Pretende-se colorir as faces do cubo, dispondo-se para o efeito de seis cores distintas. De quantas maneiras diferentes se pode colorir o cubo, supondo que duas das faces têm de ter a mesma cor, e as restantes, cores todas diferentes?
- 18.** Considera o seguinte problema:  
*Consideremos dez pontos: cinco marcados sobre uma recta e outros cinco marcados sobre uma outra recta estritamente paralela à primeira. Quantos triângulos, diferentes, é possível definir com os dez pontos marcados?*  
Uma resposta correcta a este problema é:  ${}^{10}C_3 - 2 \times {}^5C_3$ .  
Numa pequena composição explica porquê e apresenta outra resposta possível, diferente da dada.
- 19.** Considere o problema:  
*“Vinte e quatro amigos, 12 rapazes e 12 raparigas, resolveram formar uma comissão de 4 elementos, para preparar uma festa. Quantas comissões mistas diferentes se poderão formar?”*  
Duas respostas correctas para este problema são:  
 ${}^{24}C_4 - 2 \times {}^{12}C_4$  e  $\left({}^{12}C_2\right)^2 + 2 \times 12 \times {}^{12}C_3$   
Numa pequena composição explique as duas respostas.

- 20.** Escolhem-se ao acaso dois vértices de um cubo. Qual é a probabilidade de o centro do cubo ser o ponto médio do segmento por eles definido?
- 21.** Considere um tabuleiro quadrado com 9 casas numeradas de 1 a 9. Dispomos de seis peças, das quais três são brancas (indistinguíveis) e as outras três são distintas (uma verde, uma vermelha e uma azul). Considere a experiência aleatória que consiste em colocar, ao acaso, as seis peças sobre o tabuleiro, uma peça por casa. Determine a probabilidade de as peças brancas ficarem todas nas casas com número ímpar.
- 22.** Considere um prisma hexagonal regular com uma das bases assente sobre uma mesa. Cada conjunto de dois vértices deste prisma define uma recta. Considera todas as rectas assim definidas.
- 22.1** Quantas dessas rectas não pertencem ao plano da mesa?
- 22.2** Escolhendo uma dessas rectas ao acaso, qual é a probabilidade de ela ser perpendicular ao plano da mesa?
- 23.** Seja  $\Omega$  o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A, B e C três acontecimentos. Prova que:  

$$P(A \cup \bar{B}) + P(B) = P(A) + P(\bar{A} \cup B)$$
- 24.** Numa empresa trabalham homens e mulheres. Alguns trabalhadores da empresa são licenciados, outros não. Escolhe-se, ao acaso, um trabalhador dessa empresa. Sejam H e L os acontecimentos:  
 H: "O trabalhador é um homem" e L: "O trabalhador é licenciado"  
 Utilizando os conceitos de probabilidade e de probabilidade condicionada, bem como os símbolos de intersecção e de complementar, traduz simbolicamente cada uma das seguintes afirmações:
- 24.1** 52% dos trabalhadores da empresa são mulheres.
- 24.2** 8% dos trabalhadores da empresa são mulheres licenciadas.
- 24.3** 40% dos trabalhadores da empresa são homens licenciados.
- 24.4** Metade dos licenciados são homens.
- 24.5** Um sexto dos homens são licenciados.
- 25.** Uma fábrica produz diariamente baterias para telemóveis, de dois tipos (lítio e níquel). 55% das baterias produzidas são de lítio e 45% são de níquel. No controle de qualidade, verifica-se que, em média, 2% das baterias de lítio são defeituosas e 1% das baterias de níquel são defeituosas. De todas as baterias produzidas num certo dia, escolhe-se uma ao acaso.

- 25.1** Qual é a probabilidade de a bateria escolhida ser defeituosa?  
**25.2** Verificou-se que a bateria escolhida era defeituosa. Qual é a probabilidade de ser de níquel?

**26.** Seja  $\Omega$  o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos.

Sabendo que A e B são independentes, indica o valor de :

$$P(A \cap B) + P(A) \times P(\overline{B}) - P(A)$$

**27.** Na região a que uma escola pertence operam três redes de telemóvel:

A, B e C.

Numa turma dessa escola, oito alunos são assinantes da rede A, sete da rede B, cinco da rede C e há três que não possuem telemóvel.

Escolhem-se dois alunos dessa turma ao acaso.

Seja X o número de alunos escolhidos com telemóvel na rede A.

Constrói a tabela de distribuição de probabilidades da variável X.

**28.** Uma variável aleatória X tem a seguinte distribuição de probabilidades:

$x_i$	1	2	3
$P(X = x_i)$	$0,1$	$a$	$b$

Sabe-se que o valor médio desta variável aleatória é 2,5. Qual é o valor de a e qual é o valor de b?

**29.** Na roleta dos casinos, a probabilidade de sair o número zero é  $\frac{1}{37}$ .

Um dia o Jaime vai ao casino e aposta 50 vezes no número zero.

Seja X o número de vezes que o Jaime ganha, nas 50 jogadas.

Determina os valores seguintes, apresentando-os aproximados às centésimas.

29.1  $P(X = 2)$     29.2  $P(X = 0)$     29.3  $P(X \geq 1)$     29.4  $P(2 \leq X \leq 4)$

**30.** Admite que a altura das crianças de uma escola de dança é uma variável aleatória com distribuição normal, de valor médio 70 cm.

Escolhe-se uma criança ao acaso.

Considera os acontecimentos:

C: "a criança tem altura inferior a 70 cm"

D: "a criança tem altura superior a 80 cm"

Sabendo que  $P(D) = 30\%$ , qual é o valor de  $P(\overline{D} \cap \overline{C})$ ?