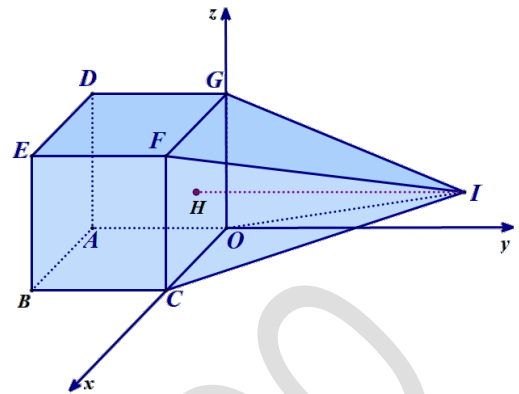


1. No referencial o.m.  $Oxyz$  da figura está representado um cubo e uma pirâmide quadrangular regular cuja base é uma das faces do cubo.

Sabe-se que:

- a origem do referencial é um dos vértices do cubo;
- o ponto  $H$  é o centro da face  $[COGF]$ ;
- os pontos  $C$ ,  $A$  e  $G$  pertencem aos eixos  $Ox$ ,  $Oy$  e  $Oz$ , respetivamente.



1.1. Seja  $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 20y - 4z = 0$  a superfície esférica de centro no ponto  $I$  e que contém os vértices da base da pirâmide.

1.1.1. Determine as coordenadas do ponto  $I$  e a aresta do cubo.

1.1.2. Determine o perímetro da circunferência resultante da interseção da superfície esférica com o plano que contém o ponto de coordenadas  $(-4, 2, 18)$  e é paralelo a  $xOz$ .

1.1.3. Sejam  $P$  e  $Q$  os pontos de interseção da superfície esférica com a reta que contém o ponto de coordenadas  $(15, 3, 1)$  e é paralela ao eixo  $Ox$ . Determine  $\overline{PQ}$ .

Caso não tenha resolvido a alínea 1.1. considere  $\overline{OC} = 4$ .

1.2. Indique as coordenadas do simétrico do ponto  $E$ :

1.2.1. em relação ao eixo  $Oy$ ;      1.2.2. em relação ao plano de equação  $y = 6$ .

1.3. Escreva uma equação cartesiana reduzida da superfície esférica,  $S_2$ , inscrita no cubo.

1.4. Escreva uma equação reduzida da superfície esférica,  $S_3$ , circunscrita ao cubo.

1.5. Determine uma equação cartesiana do plano mediador de  $[BG]$ .

1.6. Justifique, sem efetuar cálculos, que o centro da superfície esférica  $S_3$  pertence ao plano mediador de  $[BG]$ .

2. Considere, num referencial o.m.  $Oxyz$ , o plano  $\alpha : x + y + z = 6$ , plano mediador de um certo segmento de reta  $[AB]$ .

O plano  $\alpha$  intersesta os eixos coordenados  $Ox$ ,  $Oy$  e  $Oz$  nos pontos  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ , respetivamente.

Sabe-se que o triângulo  $[XYZ]$  é a base de uma pirâmide de altura igual a 10.

Determine o volume dessa pirâmide.