



COLÉGIO PAULO VI
Ficha de Avaliação de Matemática
- 12º ano -

Duração: 90 minutos

7 de Março de 2008

Grupo I

Para cada uma das questões deste grupo **selecione a resposta correcta** de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na folha de teste a letra que corresponde à sua opção.

Atenção! Se apresentar mais de uma resposta, ou resposta ambígua, a questão será anulada.

1. Seja f a função de domínio \mathbb{R} definida por $f(x) = \frac{e^{x-1}}{a}$, com $a > 0$.

Sabendo que $f(2) = 5$, qual é o valor de $\ln a$?

- (A) $\frac{e}{5}$ (B) $5 - e$ (C) $1 - \ln 5$ (D) $e - \ln 5$

2. Os organizadores do “Rock in Rio Lisboa” contrataram, para o primeiro dia do festival, cinco grupos musicais. De quantas formas podem organizar esse concerto, de modo que o grupo “Os Roqueiros” actue em segundo lugar?

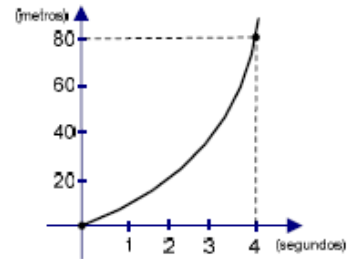
- (A) ${}^4A_4'$ (B) 5A_4 (C) 5C_4 (D) 4A_4

3. De uma função g definida em \mathbb{R} sabe-se que:

- g é injectiva
- as rectas de equações $y = 1$ e $y = -1$ são assíntotas horizontais do gráfico de g .
- Qual das afirmações seguintes é **necessariamente falsa**?

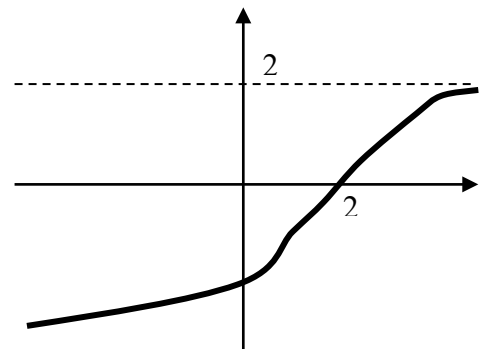
- (A) g não é par.
(B) $y = x$ é assíntota do gráfico de g .
(C) g não tem assíntotas verticais.
(D) g é ímpar.

4. O gráfico representa a distância percorrida (em metros) por um objecto num determinado intervalo de tempo (em segundos).
A velocidade média nos primeiros 4 segundos foi de:



- (A) 20 m/s (B) 80 m/s
(C) $\frac{1}{20}\text{ m/s}$ (D) 4 m/s

5. Seja (u_n) a sucessão de termo geral $u_n = 2 + n^2$ e seja h a função representada na figura.
A que é igual $\lim h(u_n)$?



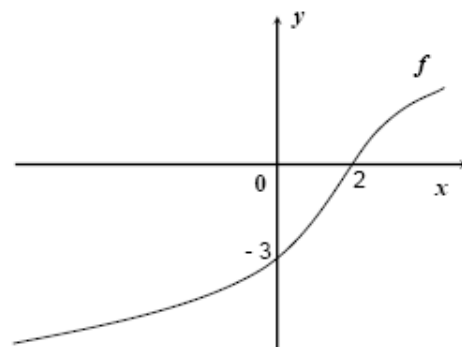
- (A) 0 (B) 2
(C) $+\infty$ (D) -2

6. Considere uma função h de domínio $[-1,3]$.
Qual é o domínio da função $j(x) = -h(x-3)-1$?

- (A) $[2,6]$ (B) $[-4,0]$ (C) $[-2,2]$ (D) $[-3,1]$

7. Na figura está representado o gráfico de uma função f de domínio \mathbb{R} .
Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

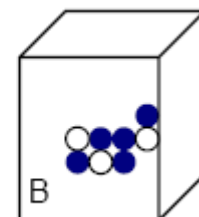
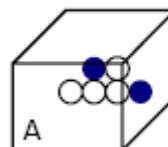
- (A) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = -\infty$
(B) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{f(x)} = +\infty$
(C) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = +\infty$
(D) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{f(x)} = +\infty$



Grupo II

- Na resolução deste grupo deve apresentar todos os esquemas e cálculos que traduzam o seu raciocínio e todas as justificações julgadas necessárias.
- Pode usar a calculadora como confirmação de resultados mas, a não ser que o seu uso seja exigido na questão, todos os exercícios devem ser resolvidos analiticamente.
- Se no enunciado do exercício não indicar a aproximação com que deve indicar o resultado é porque se pretende o **valor exacto**.

1. Dentro da caixa A existem 4 bolas brancas e 2 azuis, e dentro da caixa B existem 3 bolas brancas e 5 azuis.



- 1.1 Extrai-se ao acaso uma bola de cada caixa.

Determine a probabilidade de terem cores diferentes.

- 1.2 Juntaram-se as bolas todas numa das caixas e retiraram-se, sucessivamente e sem reposição, 4 bolas.

Determine a probabilidade de as cores das bolas serem alternadamente brancas e azuis (não necessariamente por esta ordem).

2. Considere a função f definida por $f(x) = \frac{1}{3} + e^{1-x}$.

- 2.1 Estude a função f quanto à existência de assíntotas paralelas aos eixos coordenados no seu gráfico.

- 2.2 Resolva analiticamente a equação $f(x) = 1$, apresentando a solução na forma $\ln(ke)$, onde k representa um número real positivo.

3. Seja f a função de domínio \mathbb{R} definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2} & \Leftarrow x > 1 \\ 4 & \Leftarrow x = 1 \\ \ln(1-x) & \Leftarrow x < 1 \end{cases}$

- 3.1 Existe $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$?

- 3.2 O que se pode concluir quanto à continuidade de f em $x=1$?

- 3.3 Mostra, recorrendo ao Teorema de Bolzano, que a equação $f(x) = x - 2$ tem pelo menos uma solução no intervalo $]8,9[$.

3.4 Prove analiticamente que $f'(0) = -1$.

3.5 Determine analiticamente uma equação reduzida da recta tangente ao gráfico de f , no ponto de abcissa zero.

4. Considere a função g da qual se conhecem as seguintes características:

- $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = 3$;
- g é contínua à esquerda em $x=0$;
- $g'(1) = 0$
- $g(1) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x) - (-x + 1)] = 0$
- As rectas de equações $y = -3$ e $x = 0$ são assíntotas do gráfico de g .
- Em $x = -2$ a função g é contínua mas não é derivável.

Esboce **um** possível gráfico para a função g indicando, de acordo com esse gráfico, o domínio e contradomínio da função.

FIM

FORMULÁRIO

Limites notáveis:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$$
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$$

Cotações

Questão	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Grupo I			
Cotação	9	9	9	9	9	9	9	63 pontos			
Questão	1.1	1.2	2.1	2.2	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	4.	Grupo II
Cotação	10	10	18	12	22	10	13	12	10	20	137 pontos