

6. De uma função contínua f sabe-se que $f(2) = 0$ e $f(-1) = 3$. O domínio e contradomínio de f podem ser:

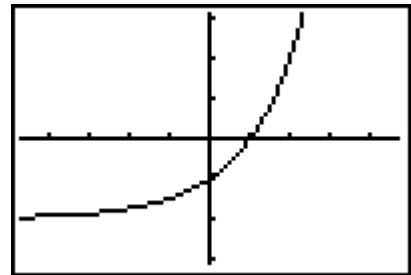
(A) $D_f = [-2, 2]$ e $D'_f = [-1, 3]$

(B) $D_f = [0, 2]$ e $D'_f = [0, 3]$

(C) $D_f = [0, 2]$ e $D'_f = [-1, 3]$

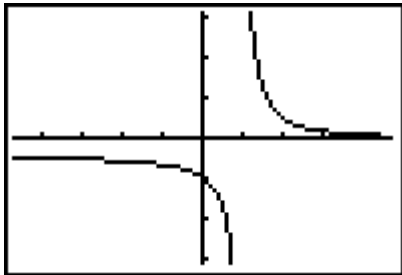
(D) $D_f = [-1, 0]$ e $D'_f = [2, 3]$

7. Na figura seguinte está uma representação gráfica da função f .

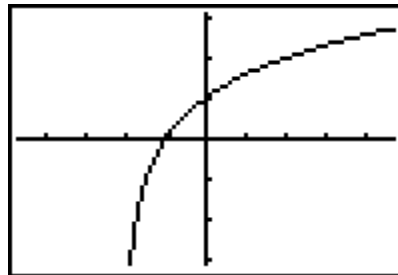


Uma representação da função inversa de f é:

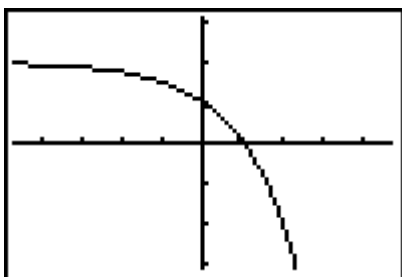
(A)



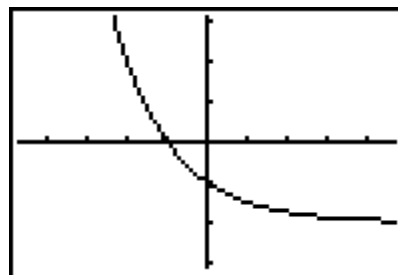
(B)



(C)



(D)



Grupo II

Na resolução deste grupo deve apresentar todos os esquemas e cálculos que traduzam o seu raciocínio e todas as justificações julgadas necessárias.

À excepção da questão 4.2) todas as questões devem ser resolvidas analiticamente, recorrendo à calculadora apenas para efectuar eventuais cálculos numéricos.

1. Um ficheiro de computador está protegido contra intrusos por um código (*password*) com cinco símbolos que podem ser algarismos (dez possíveis) ou letras (vinte e três possíveis) . Suponha que as letras e os algarismos podem ser usados juntos ou separadamente.

1.1 Quantos códigos possíveis existem:

- Sendo o primeiro símbolo uma letra?
- Se só houver algarismos, todos diferentes entre si?

1.2 Um utilizador esqueceu-se do código. Qual a probabilidade de acertar à primeira tentativa se ele souber que o primeiro e o último símbolo são vogais diferentes?

2. Considere a função real de variável real definida por $h(x) = \log_4(6x + 4) - \frac{1}{2}$.

2.1 Mostre que $h(x) = \log_4(3x + 2)$, $\forall x \in D_h$

2.2 Determine, caso existam, os zeros da função h .

2.3 Qual o conjunto de valores de x que verificam a condição $h(x) \leq 2$.

2.4 Caracterize a função inversa de h .

3. A pressão atmosférica de cada local da Terra depende da altitude a que se encontra. Admita que a pressão atmosférica, P , numa certa unidade de medida, é dada em função da altitude h (em quilómetros) por:

$$P(h) = 30 \times 10^{-0,056h}$$

3.1 Calcule a pressão atmosférica a 1800 metros de altitude.

3.2 Segundo este modelo determine a altitude a que se encontra um avião sabendo que a pressão atmosférica no seu exterior é de 8 unidades de medida. Apresente o resultado aproximado às centésimas

3.3 Verifique que, $\frac{P(h+1)}{P(h)}$ é constante, para qualquer valor de h . Determine um valor aproximado dessa constante (arredondado às centésimas) e interprete esse valor, no contexto da situação descrita.

4. Uma praga de gafanhotos abate-se sobre uma cidade. As autoridades tomaram medidas para o combate de tal praga e verificou-se que, o número em **milhares de gafanhotos**, em cada dia, era dado pela função:

$$G(t) = \frac{120}{1 + 2e^{0,15t}} + 1, \quad (t \geq 0)$$

4.1 Qual o número de gafanhotos no instante em que foi detectada a praga?

4.2 **Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora**, indique os dias em que o número de insectos foi superior a 20 mil e inferior a 30 mil.
Numa pequena composição explique como procedeu, apresentando um esboço do gráfico ou gráficos a que recorreu.

5. Seja um espaço de resultados, finito, associado a uma experiência aleatória.

Mostre que é falsa a seguinte afirmação:

“ Quaisquer que sejam os acontecimentos A e B ($A \subset S$ e $B \subset S$), se $P(A) + P(B) = 1$ então $A \cup B$ é um acontecimento certo.”

FIM